

2024年度 転学部・転学科・編入学選抜〔B日程〕

小テスト 問題

(工学部 情報基盤工学科)

1. 次の一次変換について、以下の問いに答えよ。

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \mathbf{A} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \mathbf{A} \text{は} 2 \text{ 次の正方行列}$$

- (1) 一次変換により \mathbf{R}^2 上の点 $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ が、原点を中心に半時計回りに θ 回転した点 $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ に移動するとき、回転を示す行列 \mathbf{A} を θ を使い示せ。また、 $\theta = \frac{\pi}{6}$ のときの行列 \mathbf{A} も計算せよ。
- (2) 一次変換により \mathbf{R}^2 上の点 $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ が、原点を通る傾き $\tan\theta$ の直線に対して折り返した点 $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ に移動するとき、折り返しを示す行列 \mathbf{A} は次の様に定義される。

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{pmatrix}$$

このとき直線 $y = x$ に対しての折り返しを示す行列 \mathbf{A} を θ を求め計算せよ。

- (3) 点 $\begin{pmatrix} a \\ -2 \end{pmatrix}$ は原点を中心に半時計回りに $\frac{\pi}{6}$ の回転したときと、 $y = x$ に対する折り返しをしたときで、同じ点に移る。このとき a の値を求めよ。

2. 次の2次形式 f に関する問である。

$$f = (x \ y) \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

- (1) f に用いられている対称行列を \mathbf{B} とするとき、 \mathbf{B} の固有値と固有ベクトルを求めよ。
- (2) ${}^t\mathbf{U}\mathbf{B}\mathbf{U}$ が対角行列となる直交行列 \mathbf{U} を示せ。ただし ${}^t\mathbf{U}$ は \mathbf{U} の転置を示す。
- (3) 直交行列 \mathbf{U} を用いて、座標変換 $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \mathbf{U} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ により f を標準形にせよ。また、 f の正定値性を答えよ。

3. 次の関数について、以下の問いに答えよ。

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$

- (1) $f'(x)$, $f''(x)$ を求めよ。
- (2) $y = f(x)$ のグラフについて増減表を作成し、概形を描け。なお、極値・変曲点も示すこと。
- (3) $f(x)$ のマクローリン展開を x^2 の項まで求めよ。

4. 次の2重積分について、以下の問いに答えよ。

$$I = \iint_D e^{-x-y} dx dy, D = \{(x, y) | 0 \leq x - y \leq y, y \leq 1\}$$

- (1) 領域 D を図示せよ。
- (2) I の値を求めよ。

注意

- (1) 答案用紙には受験学科・受験番号だけを記入し、氏名は絶対記入しないこと。
- (2) 答案は横書きとし、問題番号を明記して解答すること。
- (3) 解答用紙は2枚配付する。不足する場合には監督者に申し出ること。