

ビジネス・サーベイ・インデックスと企業の景況感の推定*

大塚芳宏[†]

概要

本研究では、サーベイ・データと呼ばれるアンケート調査から、回答者の意識や期待を反映させた景気指標であるビジネス・サーベイ・インデックス (Business Survey Index: BSI) を構築した。具体的には、BSI と業種固有の景況感を同時推定する既存の動学的因子モデルに対して、異常値など急激な変動への対応を考慮した t 分布を導入し、マルコフ連鎖モンテカルロ法による推定方法を提案した。同モデルを、2004年4月期から2018年12月期における日本銀行が公表する全国企業短期経済観測調査 (日銀短観) の景気の現状判断データに当てはめ、BSIと企業の業種と規模別の景況感を推定した。推定結果より、BSIの変動は裾の厚い分布に従っていること、そのボラティリティは時变的であること、いざなぎ越えと呼ばれる戦後最長の景気拡張期における景況感[†]は2008年の金融危機前と同水準程度であることが示された。

キーワード：ビジネス・サーベイ・インデックス，動学的因子モデル，適応的期待形成，マルコフ連鎖モンテカルロ法

JEL classification: C11, C83, E32

*本研究は、財団法人清明会の研究助成金を受けて作成されたものである。また、本論文は「ビジネス・サーベイ・インデックスと企業の景況感の推定」TGU-ECON Discussion Paper Series #2019-1 を加筆修正したものである。

[†]980-8511 宮城県仙台市青葉区土樋1 丁目3-1; E-mail: ohtsuka@mail.tohoku-gakuin.ac.jp

1 はじめに

我が国の景気状態は、内閣府経済社会総合研究所が作成する景気基準日付によれば、2012年11月を谷として、現在に至るまで良い状態が持続しているとされ、戦後最長の景気拡大期すなわち「いざなぎ越え」と呼ばれる状況にある。しかし、この「いざなぎ越え」認定には、疑問を呈する意見が少なくない。これらの論拠として、2011年から2017年にかけての実質GDPの成長率は1%程度であり、いざなぎ景気の時と比較すると10分の1となり、実感無き景気回復とも取れるからである。こうした乖離を検証するためには、我が国の景気動向を実感から分析する必要がある。そのため、本研究では、サーベイ・データに基づく景気指標であるビジネス・サーベイ・インデックス (Business Survey Index: 以下、BSIと略称する) を構築し、近年における我が国の景気実態の特徴を探る。

サーベイ・データとは、聞き取り調査から得られるデータであり、このデータには回答した人や企業における意識、直感、期待などが反映されている。マーケティングにおいては、主に民間調査機関が需要調査や市場調査目的でデータを集計し、分析することで意思決定への情報提供を行っている。一方で、マクロ経済に関するサーベイ・データとしては、日本銀行の全国企業短期経済観測調査 (以下、日銀短観と略称する) や内閣府の法人企業景気予測調査などが挙げられる。これらの調査では、回答企業の物価見通し、景況感、消費意欲、雇用の見通しなどが集計されている。このサーベイ・データは、回答者の評価とセンチメントを伴った経済状況を直接反映するものであることから、現在の景気実態を把握する上で有用な統計である。

景気に関するBSIとして、日本銀行が作成する日銀短観デフュージョン・インデックス (Diffusion index: 以下、短観DIと略称する) が有名である。短観DIは、各回答企業の業況が、良いと答える企業数と悪いと答える企業数の差を全体の回答数で除した比率であり、現在の業況の方向性を示す景気指標として全体のDIから業種ごとの業況DIが作成されている。こうした各種DIは、容易に算出できることに加え、解釈しやすいという利点を有する。しかし、DIは、統計的基礎の無い回答比率を算出したものであり、景気の強弱を判断することができない、持続性などの時間的動態については何の情報も提供しないなどの欠点も存在する。これより、本研究ではサーベイ・データを用いて、DIには無い景気の時系列構造を加味したBSIの構築を試みる。

我が国におけるサーベイ・データを用いた実証分析は、主にカールソン・パーキン法 (Carlson and Parkin: 以下、CP法と略称する) と因子モデルなど計量モデルの2種類によって展開されている。まず、前者は、回答の分布が正規分布などの確率分布に従うと仮定し、回答者の選択判断が分かれる閾値を求めるといったものである。CP法は、Toyoda (1972) を始め、刈屋 (1986) や豊田 (1987) など期待物価上昇率の計測を中心に行われていた。また、同手法は、福田・慶田 (2001)、堀・寺井 (2004)、村澤 (2011)、竹田・矢嶋 (2013) などでも物価変動の動態分析に応用されている。一方で、後者は、Stock and Watson (1989) で提案されたストック・ワトソン型モデルと呼ばれる因子モデルを応用したものである。このモデルでは、回答状況という質的情報を計数オッズ

により、数量情報に変換させ、その数量化された回答情報に共通して潜在する因子を景気と捉えて、状態空間モデルの枠組みで推定するものである。我が国を対象とした先行研究としては、竹田他（2005）、加納（2006）、Kyo *et al.*, (2015)などで、物価上昇率やBSIへ応用されている。計量モデルによるアプローチは、景気を定式化することで、時系列構造を明らかにするほか、不規則変動すなわち誤差を導入できる利点がある。これにより、回答する企業の景気判断が、どの程度の誤差を含んで予測されているかを計量することが可能であり、既存のモデルや手法が適切であったかどうかの判断も可能となることから、後者の計量モデルによるアプローチを拡張させる。

本研究では、加納（2006）で用いられているストック・ワトソン型モデルを採用する。理由として、同研究では潜在変数の定式化において、適応的期待形成を仮定することでBSIだけでなく各企業グループの個別景況感も同時に推定することが可能だからである。そして、我が国は、2008年の世界同時不況や2011年の東日本大震災など諸外国では前例の無い高い頻度で大きな経済危機を経験してきた。こうした大きな経済ショックは、景気循環分析にも大きく影響することが、Watanabe（2014）やOhtsuka（2018）で指摘されている。これらの先行研究では、大きな変動すなわち異常値への対応して、 t 分布など裾の厚い分布を誤差項に仮定することで、景気循環をうまく捉えられることが既に示されている。これより、本研究においても、BSIの構造的に t 分布を仮定し、モデルの拡張を行う。また、モデルの拡張に伴い、新たにベイズ推定法に基づくマルコフ連鎖モンテカルロ法（Markov chain Monte Carlo method: 以下、MCMC法と略称する）を用いた推定方法を提案する。

実証分析では、短観で集計されている業種別（製造業・非製造業）と企業規模別（大企業・中堅企業・中小企業）の計6種類のデータで、2004年4月から2018年12月の期間を標本として用いて、モデルの推定を行った。分析結果より、推定されたBSIは短観DIと同様の動きをしているが、その水準は2002年以降の好景気期とほぼ変わらず、いざなぎ越えと謳われるほど、強い挙動ではないことが示された。また、BSIは、裾の厚い分布に従っているほか、BSIに含まれるボラティリティは、金融危機時に大きく上昇し、近年は安定的に低く推移していることから、時变的であることが明らかになった。そして、各業種・規模別の業況感の特徴として、近年、過去の業況感よりも全体景気に左右される傾向がある。その他には、大企業は景気が良くなってもなかなか良いと感じないという特徴をもつことが明らかとなった。

本研究の構成は以下の通りである。次節では、サーベイ・データの特徴と日銀短観と業況DIについて紹介する。第3節では、計数データから数量データへの変換方法、ストック・ワトソン型モデルの拡張と同モデルに対するベイズ推定法について示す。第4節では、短観データを用いた実証分析を行い、本研究で提案するBSIと各企業群の景況感の特徴について、明らかにする。最後に、本研究のまとめと今後の課題について述べる。

2 サーベイ・データについて

2.1 サーベイデータの特徴

サーベイ・データには、個人、企業および専門調査機関が、1回のみ調査するものから、官公庁や自治体などが継続的に調査するものがある。本研究では、後者のサーベイ・データを取り扱う。我が国における公的なサーベイ・データとして、日本銀行が実施する日銀短観、内閣府と財務省が共同で調査している法人企業景気予測調査、内閣府の景気ウォッチャー調査、消費動向調査が挙げられる。

そして、このサーベイ・データは、調査対象に計数調査と判断調査という2種類の調査が行われる。計数調査とは、具体的な数字を記入させる質問項目であり、具体的には、設備投資や売上高の金額（増減額）などの数値を問うものである。これらの数値情報は、個人や企業が量的にどれだけ現状および将来について考えているかを示していることから、データを分析する側としては、非常に利便性が高い。しかし、記入側においては、想定といえど回答するためには、自社の現状を精査する必要があることから、回答側の負担が大きく、その回収率は低いことが知られている。一方で、判断調査とは、雇用や業況などの状況に対して、良い、悪い、さほど変わらないなどの定性的回答を求める調査のことを指し示す。また、判断基準の時点としては、前期比、前年同期比、対現在など各経済統計で定められている。この判断調査は、計数調査に比べて、回答が容易であることから、回収率は高いことが知られている。これにより、判断調査は企業や消費者の意識、期待、計画を反映された統計情報として、後述する景気や業況の判断材料として用いられる。次小節では、代表的なサーベ・イデータである日銀短観について詳述する。

2.2 日銀短観と業況DI

日銀短観は、日本銀行調査統計局により四半期毎に実施されるアンケート調査であり、データの公開時期は4、6、9、12月とされている。この調査は、母集団を資本金2,000万円以上の民間企業と定義し、その母集団より全国から約10,000社を層別に標本抽出し、行なわれている。層の区分としては、まず大分類として、製造業と非製造業に分類される。さらに、大企業（資本金10億円以上）、中堅企業（同1億円以上10億円未満）、中小企業（同1億円未満）の3つのカテゴリーからそれぞれ対象を選び、調査票を抽出された企業に送付する。

この調査票は、判断項目、年度計画、物価見通し、新卒者採用状況（6、12月調査のみ）の4つのカテゴリーで構成されている。判断項目と物価見通しについては、各質問項目にそれぞれ選択肢が与えられた判断調査形式であり、年度計画と新卒者採用状況は、具体的な数値を記入する計数調査形式となっている。まず、判断項目については、調査対象企業の業況、国内での製品・サービスの需給、海外での需給、在庫水準、雇用人員など13の設問によって構成されている。そして、業況判断の問いであれば、「良い」、「さほど良くない」、「悪い」という3つの選択肢が与えられており、最近と先行きについて回答する形式となっている。次に、年度計画については、売上高、

想定為替レート（円/ドル）、営業利益、設備投資などの質問項目があり、9月調査であれば、4月から9月における上期実績と10月から翌年3月までの下期実績見込みについて回答を求めている。最後に、物価見通しの項目については、自社の製品・サービスの販売価格の見通しと物価全般の見通しについて、それぞれ1年、3年、5年後までの3時点における見通しを質問している。ただし、この物価見通しの項目は、基準年から20%のレンジから5%刻みでどれだけ変化するかを選択肢が与えられ、最後に「分からない」を含めた10の選択肢より選ぶこととなっている。これらの質問項目については、表1にまとめられている。

この日銀短観は、毎回の回収率が99%近いことから、景気の方向性を示す景気動向指数であるDIに应用されている。短観DIや業況DIは、景気の方向性を示す統計指標であり、調査票の判断項目である業況判断をベースに作成される。具体的に、ある時点 t 期における業況DIは、以下のように作成される。

$$DI_t = \frac{\text{良いと答えた回答数} - \text{悪いと答えた回答数}}{\text{全回答数}} \times 100.$$

このように定式化することで、上限、中心、下限をそれぞれ100, 0, -100を範囲に変動する指数となる。これより、DIが正の値を取るときは、自社の業況が良いと答えた企業数の割合が半数以上を占めており、製造業・大企業の業況DIであれば、関連する企業の業界の景気実感は、良いということの意味している。一方で、負の値になれば、景気実感は、悪くなっていることを示している。この業況DIは、大企業、中堅企業、中小企業にグループ化し、さらに業種毎に公表されている。

図1は、日銀短観が公表する業況DIの推移を1985年4月期から2018年12月期までを描いたものである¹⁾。上段は大企業の製造業と非製造業における現状判断から作成されたDI（実線）と将来見通しより作成されたDI（破線）を表している。中段と下段については、中堅企業と中小企業の現状および将来見通しのDIをそれぞれ描いたものである。図1より、まず企業規模および産業別におけるDIに共通する特徴は以下の通りである。まず、用いたデータ期間において、業況DIの現状および見通しは、いずれも高度成長期から1990年初頭のバブル崩壊まで最も高い水準で推移していた。アジア通貨危機やITバブル崩壊など景気後退時に下落し、さらに2008年に金融危機に端を発した世界同時不況時に急落して以降、全てのDIは、増加傾向に推移し、業況全体は回復している。近年、2018年11月の有効求人倍率が1.63倍と高い水準に推移しているほか、完全失業率が2.5%と102ヶ月連続の減少となっており、1980年代のバブル景気を超えたとの指摘もさ

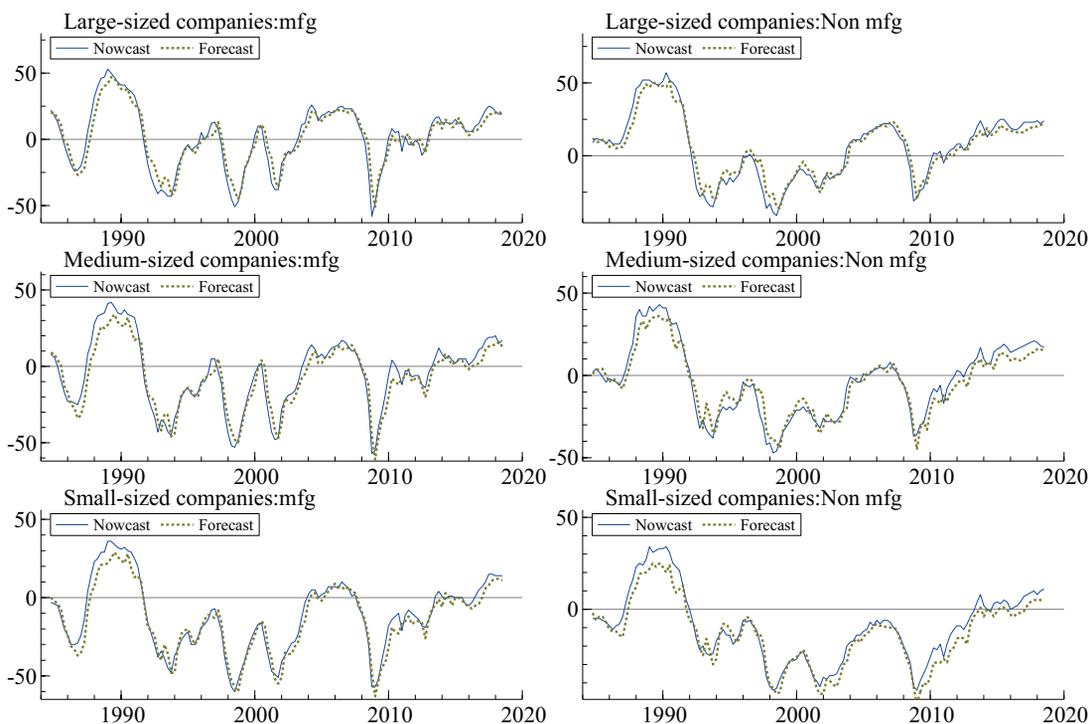
1) 日銀短観の長期時系列データの利用については以下の点について注意することが必要である。2004年3月調査以降、集計区分を常用雇用者数基準から資本金基準に変更したことに加えて、調査対象企業の大幅な見直しを実施していることから、それ以前のデータと統計の不連続が生じている。これより、母集団の対象そのものが異なるため、この長期時系列を同一の集団からの標本と考えるのは不適當である。ここでは、DIの大きな推移を示すために、不連続データを連続したものとみなして取り扱っている。

表1：日銀短観の調査票の概要

調査区分	調査項目	回答形式
判断項目	(1)業況, (2)国内の製品・サービス需給, (3)国外の製品・サービス需給, (4)自社の在庫水準 (5)業界の流通在庫水準, (6)自社の生産・営業用設備 (7)自社の雇用人員, (8)資金繰り (9)金融機関の貸出態度, (10)借入金利水準 (11)CPの発行環境*, (12)自社の販売価格 (13)仕入れ価格	判断調査 選択数：3択 良い・普通・悪い 最近と先行きを回答
年度計画	(1)売上高・輸出, (2)輸出の想定為替レート（対ドル） (3)営業利益, (4)経常利益, (5)当期純利益 (6)設備投資額・土地投資額, (7)ソフトウェア投資額	計数調査 前期と当期を回答
物価見通し	(1)自社製品・サービスの販売価格 (2)物価全般	判断調査 選択数：10択 1-3年後の各年を回答

注) CPの発行環境は、資本金10億円以上の大企業のみ回答する。

図1：業種・規模別業況DIの推移（1985年1Q－2018年4Q）

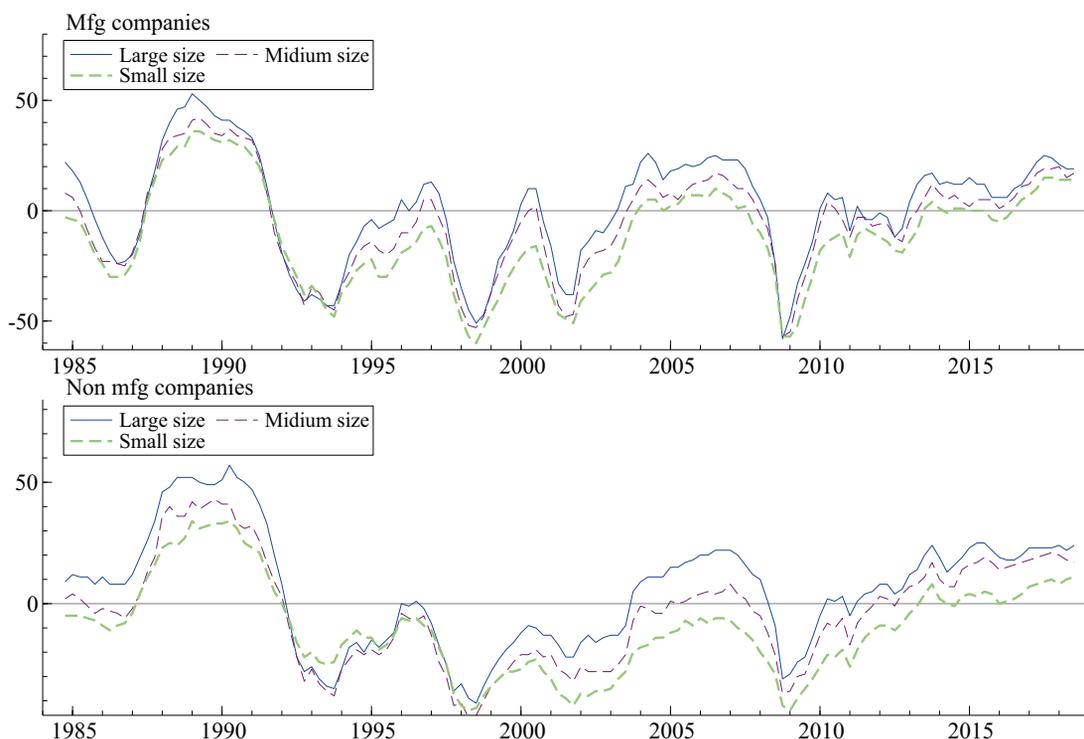


注) 上段左側は大企業製造業、右側は非製造業の業況DIを示す。中段と下段はそれぞれ中堅企業と中小企業の業況DIを示す。各図の実線は、現状の判断DIを示し、破線は将来の判断DIを表す。

れている。しかし、2018年12月期の大企業製造業の業況DIは14であり、バブル期の半分程度となっていることから、企業が感じる景気は、それほど良いというわけではないことを示している。次の共通点として、将来判断と現状判断に大きな乖離が見られない点である。これは、どの産業および企業も、3ヶ月先の見通しについて現状と変わらないと判断しているか先行きの不透明さゆえに現状と変わらないと回答していることが示唆される。さらに、大企業の製造業を除いては、2008年世界同時不況以降、見通しが現状判断を下回っている。これらの企業グループおよびその業界においては、現状は改善の傾向をしているが、将来見通しは悲観的であることがわかる。

次に、企業規模別で特徴的な差異があるのかをみる。図2は、業況DIを製造業と非製造業に分け、図示したものである。折れ線グラフは、それぞれ製造業（上段）と非製造業（下段）の大企業（実線）、中堅企業（破線）、中小企業（点線）となっている。製造業、非製造業ともに、景気に対するマインドの大きさは、大企業、中堅企業、中小企業の順で強くなっている傾向にある。また、DIの変動幅は、企業規模が小さくなるほど、小さいことが図2より示唆される。さらに、景気の谷から経済が回復傾向にあるとしても、中小企業の景気マインドの回復は緩慢にしか上昇しないのも特徴といえる。

図2：現状判断DIの規模別比較（1985年1Q－2018年4Q）



注) 上段は製造業における大企業（実線）、中堅企業（破線）、中小企業（点線）の現状判断項目から作成されたDIを示す。下段は非製造業における大企業（実線）、中堅企業（破線）、中小企業（点線）の現状判断項目から作成されたDIを示す。

このように、日銀短観から作成されるDIは、企業がもつ景気の現状や先行きの方向性について、業種や規模別に提供している。算出方法についても明瞭であることから、運用は容易である。しかしながら、このDIはあくまで現状の景気が良いかどうかの回答割合を求めていることになる。企業が回答する際には、どれほどの不安ないし期待誤差を持って回答しているのかが、景気の質を考える上で重要であることから、本研究では、誤差を明示的に考慮した計量モデルを用いて、分析を行う。モデルの詳細については、後述する。

2.3 サーベイ・データに関する先行研究

本小節では、サーベイ・データを対象とした先行研究について紹介する。まず、BSIの構築で最も重要となるのが、インタビューや調査で得られた質的情報から、どのようにして、量的な情報に表現するかである。経済学的に言い換えれば、企業や個人の予想、期待、判断から量的に表現する期待変数を作成することである²⁾。代表的な分析手法としては、Carlson and Parkin (1975)によって提案されたCP法であり、現在もドイツの調査機関であるifo経済研究所などで広く活用されている。基本的なCP法は、回答者の予想値が正規分布に従うと仮定し、その正規分布を選択肢と同数となるように分割を行う。例えば、3つの選択肢（「良い」「普通」「悪い」）があるサーベイ調査を行った場合に、分割する箇所すなわち閾値は、2つ設定する。次に、閾値が原点に対して対称かつ時間に関して不変であると仮定することで、予想値の平均や分散が推定可能となる。もう1つの分析手法は、こうした意識に関する期待変数を観測できない潜在変数と仮定した時系列分析である。これは、先述のCP法とは異なり、回答者の行動形式に強い仮定をおく必要がない。また、質的情報への変換は、対数オッズなどを用いて、数量化を行う。その数量変換された系列に対して、時系列構造の特定（Öller, 1990）や動的因子モデルを用いた共通因子の抽出が行なわれている³⁾。

次に、我が国を対象としたサーベイ・データ分析の実証研究について紹介する。このサーベイ・データ分析は期待変数を抽出する手法として利用されていることから、景気予測よりも期待物価上昇率すなわち期待物価上昇率計測をにおいて応用研究が盛んに行われている。CP法の応用研究としては、Toyoda (1972)では、閾値が不変であるという仮定を限定的にした逐次的CP法によって、期待物価上昇率の推定を行った。そして、刈屋 (1986)、堀・寺井 (2004)、福田・慶田 (2001)では、統計的見地から分析の制約を与えるのではなく、経済学からパラメータの制約を与えるという形で、合理的期待仮説を導入し、推定を行っている。さらに、村澤 (2011)では、回答者の誤差項の確率分布を歪んだ t 分布に拡張し、期待インフレ率の分布を推定している。

一方で、状態空間モデルを中心に行った研究としては、竹田他 (2005)や加納 (2006)でストック・ワトソン型モデルと呼ばれる動的因子モデルを用いて、物価や景気の期待変数を推定して

2) サーベイ・データと期待形成メカニズムについては、Pesaran (1984)、Pesaran and Weale (2005)を参照されたい。

3) 状態空間モデルアプローチの他に多変量時系列変動要因分析モデルが提案されている。その詳細については、刈屋 (1994)を参照のこと。

いる。近年では、Kyo *et al.*, (2015) で、日銀短観データに対して、主成分分析と動学的因子モデルによる分析が行われているが、景況感分析は、それほど盛んに研究されているわけではない。前述のCP法は、如何に回答情報を精密に捉えるかが主たる目的であり、本研究が目的とする景気実態の解明には、後者の計量モデルによるアプローチが適していると考えられる。そこで、本研究は、回答者の行動に経済仮説を置かない後者のパラメトリックなモデルによる分析によって景気の見通し、すなわち景気への期待を推定する。具体的には、加納 (2006) で用いられている動学的因子モデルを拡張する。同研究では、複数の数量変換されたデータから共通因子を推定するのではなく、適応的期待形成を仮定し、各回答グループの潜在変数を推定する。適応的期待形成とは、例えば、今期の製造業の景気見通しは、今期における経済全体の景気見通しと、前期までの自己の景気見通しによって形成されると仮定するものである。このように定式化することで、全体を示した総合的な景気指数であるBSIと個別の業況が同時に推定可能となるからである。

さらに、推定されたBSIがどの程度の誤差を含んで推定されているかについても同時に抽出を行う。誤差変動に重点を置く理由として、Ferrara and van Dijk (2014) が景気循環分析における重要なポイントとして、景気動向の期待値とその分布、景気の局面、そして誤差変動（ボラティリティ）の3点を挙げている。我が国の景気に関する実証研究でボラティリティを考慮した分析は、Watanabe (2014) やOhtsuka (2018) である。これらの研究では、 t 分布など裾の厚い分布や確率変動ボラティリティモデルなどファット・テールと呼ばれる急変動に対応したモデルの方が景気変動をうまく捉えることができると示している。このことから、本研究では、企業が感じる景気への期待変数とともに期待誤差の変動についても推定する。

3 BSI の構築

3.1 質的データの変換

まず、Öller (1990) や加納 (2006) と同様に、日銀短観で得られる回答の集計結果すなわち質的データを数量変換する。ある時点 t 期の企業群 i ($i = 1; \dots; M$) の回答割合を以下のように定義する。

$$\begin{cases} r_{i1t} : \text{良いと答えた} \\ r_{i2t} : \text{さほど良くないと答えた} \\ r_{i3t} : \text{悪いと答えた} \end{cases} \quad (1)$$

ここで、企業群とは、回答する企業の業種や規模を意味し、具体的には、製造業と非製造業の大企業、中堅企業、中小企業などを指す。

次に、先行研究の手法に従い、以下のような対数オッズにすることで、数値情報へと変換を行う。

$$y_{i1t} = \log \left[\frac{r_{i1t}}{r_{i2t} + r_{i3t}} \right], \quad y_{i2t} = \log \left[\frac{r_{i1t} + r_{i2t}}{r_{i3t}} \right]. \quad (2)$$

これより、 y_{i1t} は、業況が良いと答えるか否かの数量的情報となり、 y_{i2t} は業況が良い、もしくはさほど良くないと答えるか否かを示している。この変換により $y_{i1t} \leq y_{i2t}$ が全ての時点 t において成立する。そして、 y_{i1t} と y_{i2t} に対して、加納（2006）と同様に線形モデルに従うと仮定する。

$$y_{i1t} = \alpha_{i1} + \gamma_i f_{it}^e + u_{i1t}, \quad y_{i2t} = \alpha_{i2} + \gamma_i f_{it}^e + u_{i2t}, \quad (3)$$

ただし、 α_{i1} と α_{i2} は定数項、 f_{it}^e は、企業グループ i が抱く t 期の景気に対する未知の実感すなわち業況感とし、 γ_i は、その業況感に対する因子負荷量である。ここで、各企業群 i でベクトル表現すると

$$y_{it} = \alpha_i + \gamma_i f_{it}^e l_2 + u_{it}, \quad u_{it} \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}_2, \sigma_i^2 \Sigma_i), \quad (4)$$

となる。ただし、 $y_{it} = (y_{i1t}, y_{i2t})'$ 、 $\alpha_i = (\alpha_{i1}, \alpha_{i2})'$ 、 l_2 と $\mathbf{0}_2$ はそれぞれ要素が全て1と0の2次元ベクトルである。

最後に、誤差項を $u_{it} = (u_{i1t}, u_{i2t})'$ とし、以下の正規分布に従うと仮定する。

$$u_{it} \sim \mathcal{N}(0, \Sigma_{it})$$

ただし、分散共分散行列 Σ_{it} は

$$\Sigma_{it} = \begin{bmatrix} \frac{1}{r_{i1t}} + \frac{1}{r_{i2t} + r_{i3t}} & \frac{1}{(r_{i1t} + r_{i2t})(r_{i2t} + r_{i3t})} \\ \frac{1}{(r_{i1t} + r_{i2t})(r_{i2t} + r_{i3t})} & \frac{1}{r_{i1t} + r_{i2t}} + \frac{1}{r_{i3t}} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

となり、 u_{i1t} と u_{i2t} は共分散構造を持つ⁴⁾。加納（2006）では、誤差の共分散を時間に対して不変である Σ_i と定義し、 $\hat{\Sigma}_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \Sigma_{it}$ で推定したものをを用いている。また、実証分析では、 $\sigma_i^2 \hat{\Sigma}_i$ として、over-dispersion 問題⁵⁾への対応を行っている。本研究でも同様の定義を用いる。さらに、企業群 i と j に対する調査結果は独立とすると、誤差ベクトル ($u_t = (u_{1t}, \dots, u_{Mt})$) は $2M \times 2M$ の共分散行列は $\Sigma = \text{diag}(\sigma_1^2 \Sigma_1, \sigma_2^2 \Sigma_2, \dots, \sigma_M^2 \Sigma_M)$ で表現される。

3.2 適応型期待形成によるBSIの定式化

次に、企業群 i がどのような景気見通しを考えているかについて、加納（2006）に従い、以下のように定式化する。

4) 導出は、加納（2006）の補論を参照のこと。

5) この問題は、2項分布や多項分布に従う質的データを数量変換した場合、定式化が不十分である可能性があり、分散がモデルで定められるより過剰になることである。モデルの定式化が不適切であるならば、 σ_i^2 は大きい値をとる。

$$f_{it}^e = \lambda_i f_{i,t-1}^e + (1 - \lambda_i) f_t, \quad (6)$$

ただし、 $0 < \lambda_i < 1$ 、 f_t は経済全体の景況感と仮定し、これをBSIと定義する。これにより、 f_{it}^e は前期の業況見通しと今期のBSIによって調整される、すなわち適応型期待形成に従うものとする。そして、BSIである f_t は、Ohtsuka (2018) で提案されている不均一分散に対応した誤差項を持つ動学的因子モデルに従うと仮定する。これより、 f_t は以下のような q 次の自己回帰過程に従う

$$f_t = \sum_{l=1}^q \phi_l f_{t-l} + \sqrt{\omega_t} \epsilon_t, \quad \frac{\nu-2}{\omega_t} \sim \chi^2(\nu), \quad (\nu > 2), \quad (7)$$

ただし、 ϕ_l ($l = 1, \dots, q$) は l 次における自己回帰パラメータ、 ω_t は補助変数、 ν は自由度である。 q 次の自己回帰過程の導入により、 t (≤ 0) 時点での f_t すなわち予備標本が必要となるが、本研究では、 f_t の無条件付期待値は0であることから、 $f_t = 0$ ($t \leq 0$) とおく。誤差項の分散については、因子モデルにおけるパラメータ識別を保証するために、分散1に基準化した t 分布を仮定している。また、分散の存在を保証するために、自由度 ν は2より大きいという制約を課す。補助変数 ω_t は、時変的な不均一分散であることを仮定しているため、本研究ではこの変数を各期のボラティリティと定義する。

次に、条件付尤度関数を示すにあたり、表記の簡便化を行う。ここで、各パラメータは、 $\alpha = (\alpha'_1, \dots, \alpha'_M)'$ 、 $\gamma = (\gamma_1, \dots, \gamma_M)'$ 、 $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_M)'$ 、 $\sigma^2 = (\sigma_1^2, \dots, \sigma_M^2)'$ 、 $\phi = (\phi_1, \dots, \phi_q)'$ とする。状態変数と補助変数についても同様に、 $f^e = (f_1^e, \dots, f_M^e)$ 、 $f_i^e = \{f_{it}^e\}_{t=1}^T$ 、 $f = \{f_t\}_{t=1}^T$ 、 $f^* = (f^e, f)$ 、 $\omega = \{\omega_t\}_{t=1}^T$ とする。さらに、 $\vartheta_1 = (\alpha, \gamma, \lambda, \sigma^2)$ 、 $\vartheta_2 = (\phi, \nu)$ とする。最後に、状態変数 f_i^e と f を所与としたとき、(3)、(6)、(7)式によって構成される動学的因子モデルの条件付尤度関数は、以下のように定義される。

$$\mathcal{L}(y|\vartheta_1, \vartheta_2, f^*, \omega) = \prod_{i=1}^M \prod_{t=1}^T \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^2}} |\Sigma_i|^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_i^2} e'_{it} \Sigma_i^{-1} e_{it}\right), \quad (8)$$

ただし、 $e_{it} = y_{it} - \gamma_i f_{it}^e$ である。

3.3 ベイズ推定

(4)、(6)、(7)式で構成される動学的因子モデルに対して、本研究では、MCMC法を用いたベイズ推定によってパラメータを求めていく。加納 (2006) では、(7)式において誤差項の確率分布を正規分布と仮定していることから、正規状態空間モデルに変形することで、カルマン・フィルターによる最尤推定法が適用可能である。しかし、本研究では、裾の厚い分布を仮定していることから、非正規状態空間モデルとなる。最尤推定をするためには、正規状態空間モデルに近似する必要がある。しかし、ベイズ推定であれば、データ拡大法を用いて、従来の正規状態空間モデルの手法を適用可能である。さらに、潜在変数である各グループの景況感とBSIがパラメータと同時

に推定できるなどの優位性をもつことから、本研究では、MCMC法による推定を行う。

ベイズ分析を行っていく為には、各パラメータに対して事前分布を与えなければならない。それゆえ、本研究では以下の密度をもつ同時事前分布を定義する。

$$p(\vartheta_1, \vartheta_2) = p(\phi)p(\nu) \prod_{i=1}^M p(\alpha_i)p(\gamma_i)p(\lambda_i)p(\sigma_i^2). \quad (9)$$

(8)と(9)を所与として、ベイズの定理より同時事後密度は

$$p(\vartheta_1, \vartheta_2, f^*, \omega|y) \propto p(\vartheta_1, \vartheta_2)p(f^*|\vartheta_1, \vartheta_2, \omega)\mathcal{L}(y|\vartheta_1, \vartheta_2, f^*, \omega)p(\omega|\nu), \quad (10)$$

によって与えられる。

次に、各パラメータの事前分布は以下のように定義する。

$$\alpha_i \sim \mathcal{N}(\alpha_0, \Sigma_{\alpha_0}), \quad \gamma_i \sim \mathcal{N}(\gamma_0, \sigma_{\gamma_0}^2), \quad \lambda_i \sim \text{Beta}(a_{i0}, b_{i0}), \\ \sigma_i^2 \sim \text{IG}(\delta_{i0}/2, \tau_{i0}/2), \quad \phi \sim \mathcal{N}(\phi_0, \Sigma_{\phi_0})I[S(\phi_q)], \quad \nu \sim \mathcal{G}(a_0^*, b_0^*)I[\nu > 2],$$

ただし、 $\text{Beta}(\cdot)$ 、 $\text{IG}(\cdot)$ 、 $\mathcal{G}(\cdot)$ は、それぞれベータ分布、逆ガンマ分布、ガンマ分布を意味する。 $I[\cdot]$ は指示関数であり、括弧内の条件を満たす場合には1とし、そうでない場合には0とする。 $S(\phi_q)$ は次数 q の定常条件であり、 ϕ の事前分布は、 q 次の自己回帰過程における定常性を条件とした切斷正規分布を仮定する⁶⁾。自由度 ν は、分散の存在を保証するために、指示関数を $I[\nu > 2]$ と設定し、 $\nu > 2$ を条件とした切斷ガンマ分布としている。

最後に、パラメータの推定には、(10)より各パラメータの全条件付事後分布を導出し、パラメータを発生させていけば良い。具体的には、以下の全条件付事後分布とステップにより推定を行う。

Step.1 $\vartheta_1, \vartheta_2, f^*, \omega$ の初期値を設定する

Step.2 α_i ($i = 1, \dots, M$)を $p(\alpha_i|\vartheta_{1,-\alpha_i}, \vartheta_2, f^*, \omega, y)$ から発生させる。

Step.3 γ_i ($i = 1, \dots, M$)を $p(\gamma_i|\vartheta_{1,-\gamma_i}, \vartheta_2, f^*, \omega, y)$ から発生させる。

Step.4 λ_i ($i = 1, \dots, M$)を $p(\lambda_i|\vartheta_{1,-\lambda_i}, \vartheta_2, f^*, \omega, y)$ から発生させる。

Step.5 σ_i^2 ($i = 1, \dots, M$)を $p(\sigma_i^2|\vartheta_{1,-\sigma_i^2}, \vartheta_2, f^*, \omega, y)$ から発生させる。

Step.6 ϕ を $p(\phi|\vartheta_1, \vartheta_2, -\phi, f^*, \omega, y)$ から発生させる。

Step.7 f^* を $p(f^*|\vartheta_1, \vartheta_2, \omega, y)$ から発生させる。

Step.8 ω_t ($t = 1, \dots, T$)を $p(\omega_t|\vartheta_1, \vartheta_2, f^*, y)$ から発生させる。

Step.9 ν を $p(\phi|\vartheta_1, \vartheta_2, -\nu, f^*, \omega, y)$ から発生させる。

ただし、 $\vartheta_{1,-\alpha_i}$ は、パラメータ ϑ_1 の中から、 α_i を除いたものを意味する。Step.2からStep.9ま

6) 次数が1の場合、近年、 $(\phi + 1)/2$ の事前分布にベータ分布を採用する実証分析が多い。しかし、本研究では次数を多次元に拡張していることから、切斷正規分布によって推定を行う。

でのサンプリングを十分大きい回数繰り返すことにより、事後分布から発生させた標本とみなして、事後分析を行う。各パラメータの全条件付事後分布からの乱数発生方法は、補論で詳細について記述している。

4 実証分析

4.1 標本情報と記述統計量

実証分析では、日銀短観の各企業の現況見通しである業況判断調査の集計結果を用いた。企業規模の区分は、大企業、中堅企業、中小企業の3分類から、さらに製造業と非製造業の2種類を用いる。これより、データの種類は、 $M = 6$ となる。各回答割合と変数の対応関係は以下の通りである。

$$\left\{ \begin{array}{l} r_{1jt} (j = 1, 2, 3) : \text{大企業 (製造業)} \\ r_{2jt} (j = 1, 2, 3) : \text{大企業 (非製造業)} \\ r_{3jt} (j = 1, 2, 3) : \text{中堅企業 (製造業)} \\ r_{4jt} (j = 1, 2, 3) : \text{中堅企業 (非製造業)} \\ r_{5jt} (j = 1, 2, 3) : \text{中小企業 (製造業)} \\ r_{6jt} (j = 1, 2, 3) : \text{中小企業 (非製造業)} \end{array} \right.$$

次に、データは、2004年3月から2018年12月までの期間の標本を用いる。2004年3月期から開始期間と設定した理由は、2004年3月調査以降、集計区分を常用雇用者数基準から資本金基準に変更したことに加えて、調査対象企業の大幅な見直しを実施しており、それ以前のデータと統計の不連続が生じているからである。これより、標本の時系列数は $T = 60$ となる。

次に、対数オッズ化したデータの特徴について概観していく。図3は、(2)式を用いて、計数データを対数オッズに変換したものである。図より、2008年から2009年にかけては、どの変換データも落ち込みをみせている。一方で、金融危機以降、緩やかであるが、上昇傾向にあることがみてとれる。

そして、表2は、数量変換した変数 ($y_{i1}, y_{i2}, i = 1, \dots, 6$) までの基本統計量をまとめたものである。まず、平均については、全ての業種において、 y_{i1} が負、 y_{i2} が正の値となっている。歪度の値では、全ての変数が負の値となっていることから、全ての変数の分布はマイナス方向に歪んでいる可能性が示唆される。一方で、尖度の値については、 y_{42} と y_{62} 以外の変数は、3よりも大きい値となっていることから、正規分布よりも厚い分布に従っていることがわかる。次に、 JB はJarque-Bera検定の p 値を表し、 y_{42} 、 y_{61} および y_{62} 以外の変数においては、歪度と尖度がそれぞれ0と3であるという帰無仮説が棄却される。これより、多くの変数において正規分布を仮定することが望ましくない可能性がある。最後に、4次までの自己相関を検定するLjung-Box検定の p 値である $LB(4)$ をみると、 y_{31} 以外では、自己相関を持つ可能性が高いことが示唆される。

図3：対数オッズの推移（2004年1Q－2018年4Q）

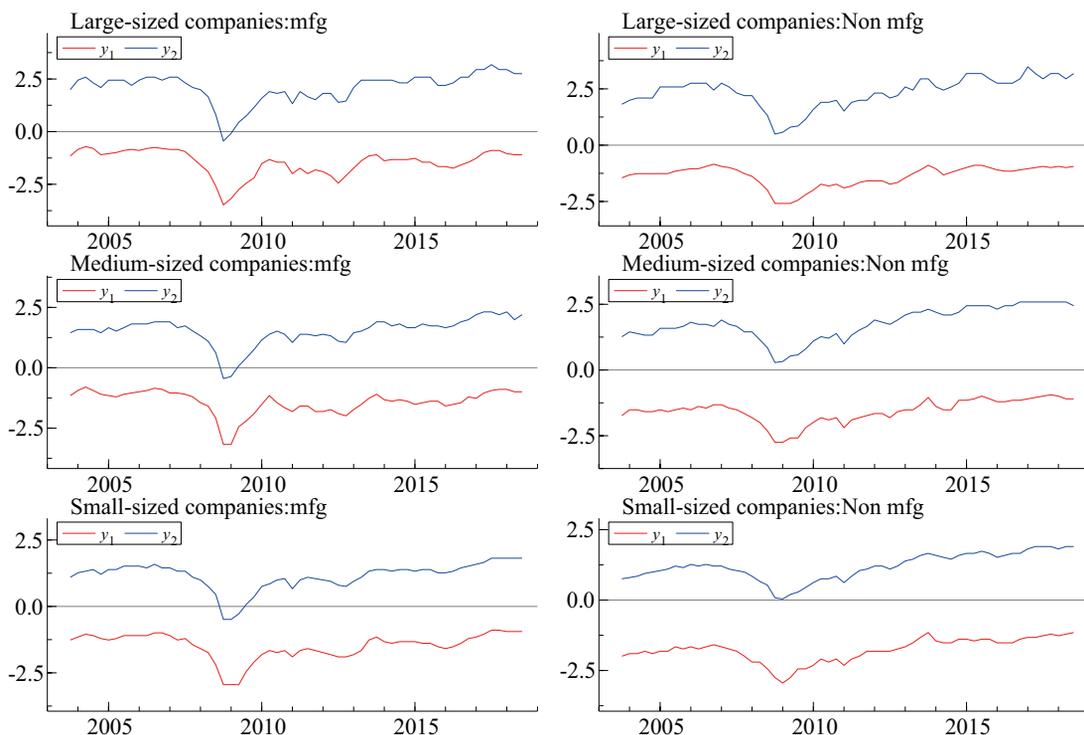


表2：対数オッズの基本統計量

規模	業種	変数	平均	標準偏差	歪度	尖度	JB	LB(4)
大企業	製造業	y11	-1.46	0.60	-1.23	4.40	0.00	0.00
		y12	2.10	0.71	-1.60	5.61	0.00	0.00
	非製造業	y21	-1.37	0.45	-1.20	3.72	0.00	0.00
		y22	2.35	0.67	-0.90	3.50	0.01	0.00
中堅企業	製造業	y31	-1.42	0.49	-1.64	6.45	0.00	1.00
		y32	1.51	0.56	-1.61	6.24	0.00	0.00
	非製造業	y41	-1.56	0.44	-0.95	3.61	0.01	0.00
		y42	1.76	0.61	-0.45	2.55	0.28	0.00
中小企業	製造業	y51	-1.48	0.48	-1.44	5.11	0.00	0.00
		y52	1.15	0.51	-1.56	5.64	0.00	0.00
	非製造業	y61	-1.77	0.41	-0.75	3.16	0.06	0.02
		y62	1.18	0.48	-0.41	2.55	0.34	0.00

注) JBは正規性を検定するJarque-Bera検定における統計量の p 値を表す。LB(4)は、対数オッズにおける4次までの自己相関を検定するLjung-Box検定における統計量の p 値を表す。

これより、Öller (1990) のように数量変換した対数オッズに対して、時系列構造を考慮する必要があることが、示されている。

4.2 BSIと企業の業況感の推定

モデルのパラメータ推定で、MCMC法を用いるために、事前分布のハイパーパラメータは、

$$\alpha_i \sim \mathcal{N}\left(\begin{bmatrix} -2.0 \\ 2.0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}\right), \quad \gamma_i \sim \mathcal{N}(0, 10), \quad \lambda_i \sim \text{Beta}(4.0, 2.0), \\ \sigma_i^2 \sim \text{IG}(5.0/2, 0.01/2), \quad \phi \sim \mathcal{TN}(0_q, I_q)I[S(\phi_q)], \quad \nu \sim \mathcal{G}(10, 0.2)I[\nu > 2],$$

と設定し、100,000回の反復を行い、MCMC法による事後分布からの確率標本を得た。そして、稼働検査期間として最初の50,000回を切り捨て、その後の50,000回の標本を事後分布からサンプリングされたものとみなして推定に用いている。本研究の計算結果は、Ox version 6.2⁷⁾ を用いて得られたものである。次に、分析を進めていくために、(7)式の次数 q を決定する必要がある。次数選択は、ベイズ分析で用いられる情報量基準であるDeviance information criterion (DIC)⁸⁾ を用いる。次数を1から4まで設定したDICの結果が、次数 $q = 1, 2, 3, 4$ に対して、1688.38, 1230.29, 1521.48, 1446.91となった。この結果より、 $q = 2$ のとき、最小の値をとることから、本研究の実証分析では $q = 2$ とする。

表3は、 $q = 2$ における動学的因子モデルのパラメータの事後分布の事後平均、事後標準偏差、95%信用区間をまとめたものである⁹⁾。まず、回答の切断点である α_1 と α_2 の値について着目する。業況が良いと答えるか否かの切断点である α_1 の事後平均は、中小企業・非製造業が最も低く、それ以外は概ね同じ水準であった。このことから、中小企業・非製造業以外の企業グループは同程度の早さで、景気悪化に対して回答を変更していることが読み取れる。一方で、業況が良いもしくははさほど良くないと答えるか否かの切断点である α_2 の値については、企業規模の大きさに比例する結果となった。これより、大企業は景気が良くなってもなかなか良いと感じないということ推察される。

次に、景気見通しの感応度である γ の値をみると、全てに対して事後平均が0.1から0.15の範囲に入っている。それほど大きい値ではないものの、全てが95%信用区間にゼロを含まないことから、回答の際に、自己ないし全体の景気見通しが少なからず影響を与えているものと考えられる。そして、適応型期待形成の構成比を表す ϕ の値は、全てに対して事後平均が0.2から0.5であった。事後平均の値でみると、大企業・非製造業を除き、前期に各回答企業が抱いていた景況感の影響

7) コードや言語体系の詳細は、Doornik (2007) を参照されたし。

8) DICの詳細については、Spiegelhalter *et al.* (2002) を参照のこと。

9) 全てのパラメータにおいて、Geweke (1992) の収束判定テストの p 値は5% を大きく超えており、推定に用いた事後標本が事後分布に収束しているという帰無仮説は有意水準5% で受容されることから、表記は割愛している。

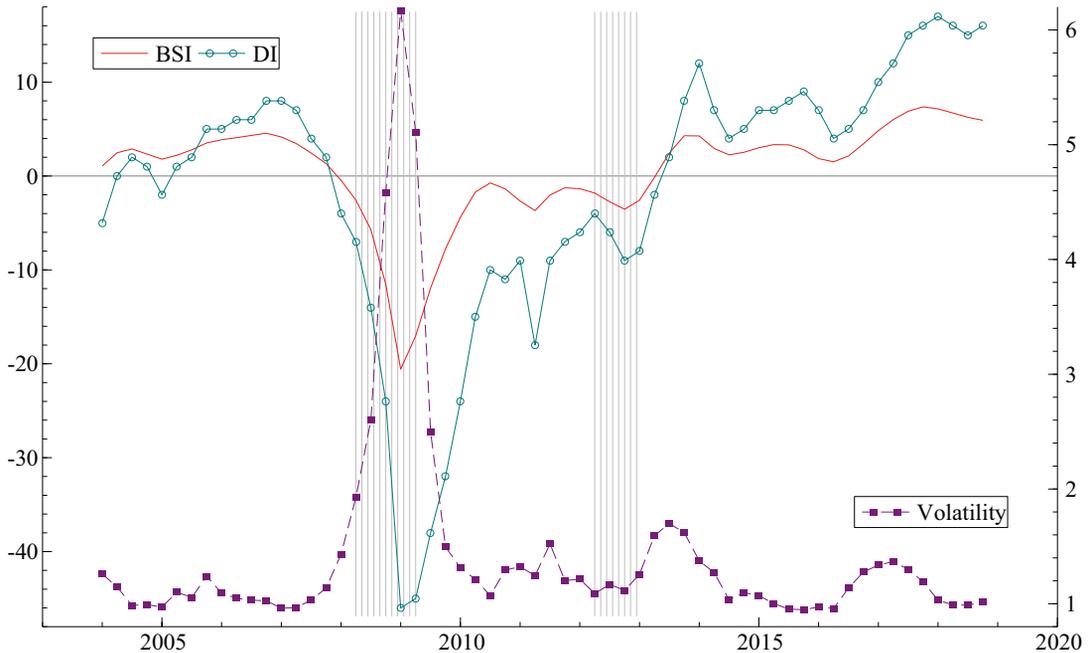
表3：推定結果

業種	製造業			非製造業		
	事後平均	標準偏差	95%信用区間	事後平均	標準偏差	95%信用区間
大企業						
α_1	-1.524	0.07	[-1.665, -1.392]	-1.418	0.07	[-1.545, -1.302]
α_2	2.038	0.08	[1.891, 2.177]	2.301	0.07	[2.165, 2.426]
γ	0.135	0.12	[0.061, 0.345]	0.142	0.28	[0.055, 0.366]
λ	0.264	0.17	[0.016, 0.717]	0.549	0.12	[0.335, 0.834]
σ^2	0.685	0.21	[0.435, 1.179]	0.443	0.11	[0.302, 0.677]
中堅企業						
α_1	-1.469	0.06	[-1.587, -1.361]	-1.609	0.06	[-1.733, -1.495]
α_2	1.464	0.06	[1.345, 1.571]	1.714	0.06	[1.588, 1.832]
γ	0.115	0.11	[0.052, 0.299]	0.114	0.15	[0.048, 0.295]
λ	0.137	0.17	[0.037, 0.740]	0.428	0.16	[0.126, 0.794]
σ^2	0.447	0.15	[0.295, 0.773]	0.859	0.21	[0.515, 1.315]
中小企業						
α_1	-1.530	0.06	[-1.646, -1.427]	-1.813	0.05	[-1.924, -1.709]
α_2	1.104	0.06	[0.990, 1.206]	1.145	0.05	[1.040, 1.243]
γ	0.121	0.15	[0.052, 0.320]	0.100	0.14	[0.042, 0.257]
λ	0.444	0.14	[0.216, 0.793]	0.446	0.15	[0.149, 0.801]
σ^2	0.199	0.13	[0.100, 0.490]	0.735	0.19	[0.410, 1.156]
ϕ_1	1.346	0.21	[0.837, 1.674]			
ϕ_2	-0.464	0.16	[-0.740, -0.109]			
ν	7.103	2.94	[3.491, 14.564]			

より足元の景気全体の影響が大きいことが示されている。この結果は、加納（2006）とは相反する結果となったが、用いる標本期間では2008年の金融危機があり、そうしたあまりにも大きな経済危機を反映する結果となったと考えられる。分散の σ^2 は、概ね小さい値をとることから、個別の景況感 f は、適応型期待形成によって、正確に記述されていたことになる。全体の景況感 f に関するパラメータについて着目すると、自己相関を示す ϕ_1 と ϕ_2 についてはともに、95%信用区間にゼロを含まない結果となった。そして、これらの事後平均の和が0.9と1に近いことから、全体景況感の動きは大きな循環を持つことが示された。さらに、自由度を表す ν の事後平均は7であったことから、全体景気における誤差変動は正規分布よりも裾の厚い分布に従っていることがわかる。これは、動学的因子モデルでコンポジット・インデックスを作成したOhtsuka（2018）と同様の結果であり、BSIにおいても正規分布よりも裾の厚い分布を考慮する必要があることが示唆される結果となった。

最後に、推定されたBSIと個別景況感について見ていく。まず、図4は、推定されたBSIとボラティリティ $(\sqrt{\omega_t})$ について描いたものである。また、参考のために短観DI（全産業）も合わせて図示している。本研究で構築したBSIは短観DIと比較すると、2008年の金融危機では大きく下落

図4：短観DI（全産業）、BSI、ボラティリティ（2004年1Q－2018年4Q）

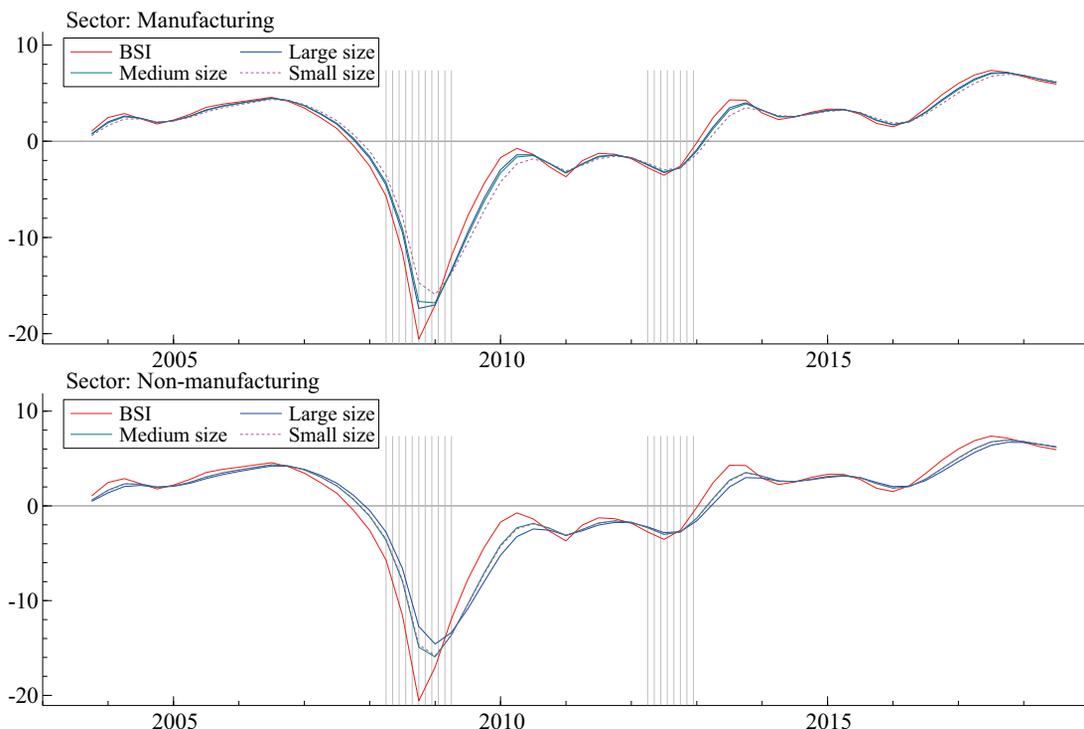


注）左側（第1軸）はBSIの水準，右側（第2軸）は，ボラティリティ ($\sqrt{\omega_t}$) の変動を表す。影の部分は，内閣府経済社会総合研究所が公表した景気後退期を表す。

するなど、概ね同じ様な動きで推移している。しかし、量的面から比較すると、BSIは総じて短観DIよりも小さい挙動であり、2014年以降においては、短観DIの方が大きな値で推移している。企業側が感じる景気実態がBSIで捉えられているものと仮定するならば、2012年11月以降から続くいざなぎ越えは、2008年の金融危機前の水準とさほど大差の無い状態にあることがわかる。そして、前述したようにDIはあくまで回答割合であり、傾向を表すのみであることから、この指標を景気の強弱と誤解釈すると、実態との乖離が生まれ、政策判断を大きく見誤る可能性がある。次に、ボラティリティの推移を見ると、2008年から2009年第1四半期にかけて、大きく上昇している。これにより、 t 分布の自由度が低くなり、分布の裾を厚くすることで対応できたものとみられる。また、近年においては、2013年と2016年初頭に上昇局面が観測されるが、この要因については、増税などの経済イベントと関連すると考えられ、詳細については精査が必要である。

図5と6は、それぞれ各企業群の景況感を産業別と企業規模別にまとめて図示したものである。図5より、上段の製造業の動きについては、中小企業の変動幅が最も小さく、2008年の金融危機では、大企業と中堅企業の景況感が中小企業よりも小さいという結果になった。また、大企業と中堅企業においては、ほぼ同じ水準で推移しているものと見られる。一方で下段の非製造業については、大企業の景況感が最も変動幅小さく、先の2008年から2009年の期間では、中堅と中小企業の景況感が大企業より下回る結果となり、製造業とは相反する動きを示した。次に、図6より、企業規模で景況感を比較すると、大企業においては製造業の方が景気回復期に早く反応する傾向

図5：業種別景況感の比較（2004年1Q－2018年4Q）



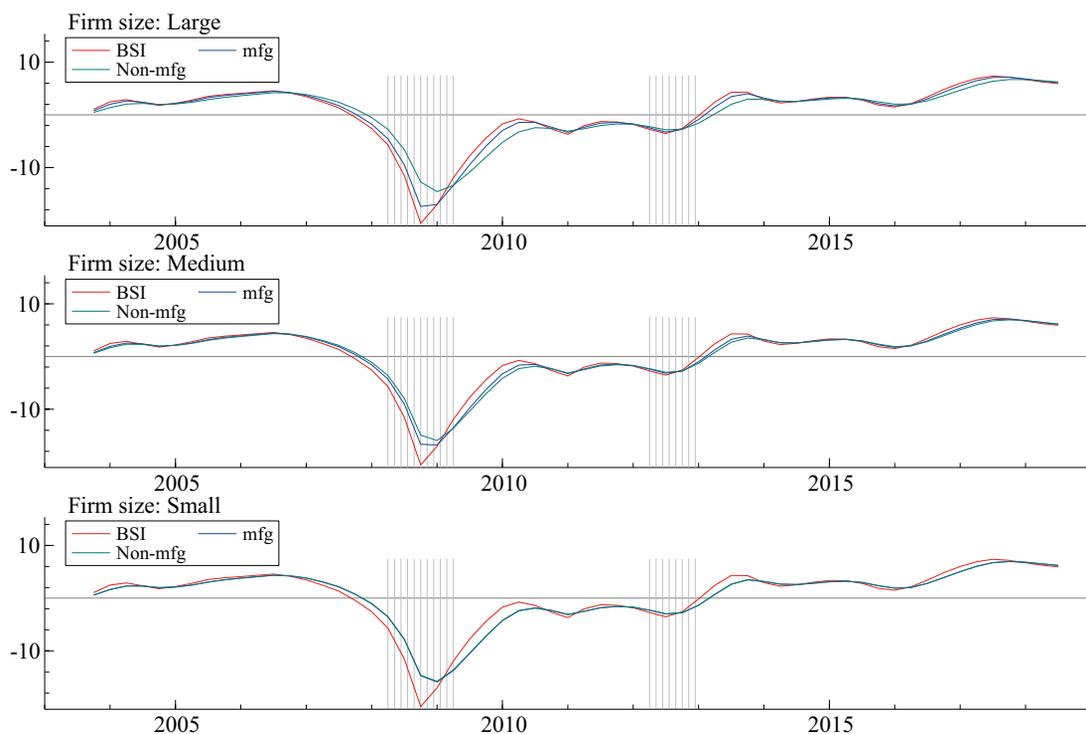
注) 上段は、製造業の景況感とBSIを表し、下段は、非製造業の景況感とBSIを表す。また、影の部分は、内閣府経済社会総合研究所が公表した景気後退期を表す。

がみられる。中堅や中小企業においては、大きな差異はみられなかった。

5 まとめと今後の課題

本研究では、近年の景気動態を実感面から捉えるために、サーベイ・データを用いた景気指標であるBSIの構築と業種・規模別の景況感をそれぞれ推定した。サーベイ・データには、日銀短観で集計されている業況判断を用いた。また、BSIと各企業セクターの景況感を推定するために、加納（2006）で提案された適応型期待形成過程を導入した動学的因子モデルを用いた。適応型期待形成を導入することで、調査に回答する企業の景気見通しが、全体の景況感と個別の業況感に分解することが可能となり、これらを同時に推定できる利点を有する。さらに、近年、我が国では2008年の金融危機など大きな経済ショックを経験していることから、こうした大きな急変動であるファット・テールに対応するために、Ohtsutka（2018）で応用されている t 分布に従う動学的因子モデルを利用した。2004年から2018年までの日銀短観データと上記の動学的因子モデルをMCMC法によって推定した結果、以下のことが明らかになった。まず、各企業群の景気見通しは、近年、自己の業況より全体景気に左右される傾向がある。次に、推定されたBSIは短観DIと同様

図6：業種・規模別景況感の比較（2004年1Q－2018年4Q）



注) 上段は、大企業の景況感とBSI、中段は、中堅企業の景況感とBSI、下段は、中小企業の景況感とBSIを表す。また、影の部分には、内閣府経済社会総合研究所が公表した景気後退期を表す。

の動きをしているが、その水準は2002年以降の好景気期とほぼ変わらず、いざなぎ越えと謳われるほど、強い挙動ではないことが示された。そして、推定されたBSIは、裾の厚い分布に従っているほか、BSIに含まれるボラティリティは、金融危機時に大きく上昇し、近年は安定的に推移している。

最後に、今後の課題について言及する。景況感分析に関する課題としては、経済変数との関連性と高頻度化の2点である。まず、前者については、Bernanke, *et al.*, (2005) で提案されている Factor-Augmented Vector Autoregressive (FAVAR) モデルが適用可能である。物価、賃金、生産などの各種経済変数の変動が景気に与える影響を示すことは、景気実感の特性を知る上で非常に重要である。後者については、日銀短観はGDPと同様に四半期毎の公表となっている。よりリアルタイムな景気実感を示すためには、月次への高頻度化する必要があると考えられる。これに対しては、Mariano and Murasawa (2010) では、月次GDPを状態空間モデルを用いた方法を提案していることから、同論文の手法を本研究に応用することも非常に興味深い。最後に、こうしたサーベイ・データを用いた実証分析は、国内ではKaihastu and Nakajima (2018) で取り組まれているように、期待物価上昇率への応用が盛んである。本研究の分析枠組みは、物価変動や期待物価上昇率への分析にも応用可能であることから、今後の研究対象としていきたい。

参考文献

- [1] Bernanke, B. S., Boivin, J., and P. Eliasch (2005), "Measuring the Effects of Monetary Policy: A Factor-Augmented Vector Autoregressive (FAVAR) Approach," *Quarterly Journal of Economics*, 120, pp.387-422.
- Carlson, J. A. and M. Parkin (1975), "Inflation Expectations," *Economica*, 42, pp.123-138.
- [2] Doornik, J. A. (2007), *Object-Oriented Matrix Programming Using Ox*, 3rd ed. London: Timberlake Consultants Press and Oxford.
- [3] Durbin, J. and S. J. Koopman (2002), "A Simple and Efficient Simulation Smoother for State Space Time Series Analysis," *Biometrika*, 89, pp.603-615.
- [4] Ferrara, L. and D van Dijk (2014), "Forecasting the business cycle," *International Journal of Forecasting*, 30 3, pp.517-519.
- [5] 福田慎一・慶田昌之 (2001), 「インフレ予測に関する実証分析の展望| フィリップス曲線の日本における予測力を中心に」日本銀行調査統計局Working Paper, 1-21 頁.
- [6] Geweke, J. (1992), "Evaluating the Accuracy of Sampling-based Approaches to the calculation of posterior moments," *Bayesian Statistics 4* (eds. J. M. Bernardo, J. O. Berger, A. P. Dawid and A. F. M. Smith), Oxford University Press, pp.169-193.
- [7] 堀雅博・寺井昇 (2004), 「カールソン・パーキン法によるインフレ期待の計測と諸問題」ESRI Discussion paper, No.91.
- [8] Kaihatsu, S., and J. Nakajima (2018), "Has trend inflation shifted?: An empirical analysis with an equally-spaced regime-switching model," *Economic Analysis and Policy*, 59, pp.69-83.
- [9] 加納悟 (2006), 『マクロ経済分析とサーベイデータ』岩波書店.
- [10] 刈屋武昭 (1986), 『計量経済分析の考え方と実際』東洋経済新報社.
- [11] 刈屋武昭 (1994), 『計量経済分析法の新展開』岩波書店.
- [12] Kyo, K., Noda, H. and T. Saisu (2015), "A Bayesian Approach for Predicting Business Conditions using Tankan Data," *ICIC Express Letters, Part B: Applications, An International Journal of Research and Surveys*, 6, pp.97-104.
- [13] Mariano, R. S., and Y. Murawasa (2010), "A Coincident Index, Common Factors, and Monthly Real GDP," *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 72, pp.27-46.
- [14] 村澤康友 (2011), 「インフレ期待の異質性 - 区間データを用いたCarlson-Parkin 法の拡張 - 」浅子和美・飯塚信夫・宮川努編 『世界同時不況と景気循環分析』東京大学出版会, 159-176頁.
- [15] Pesaran, M. H. (1984), "Expectations Formations and Macroeconometric Modelling," in *Contemporary Macroeconomic Modelling*, (Malgrange, P. and Basil, M. eds), pp. 27-55.
- [16] Pesaran, M.H. and M. Weale (2005), "Survey Expectations," Cambridge Working Papers in Economics 0536, Faculty of Economics, University of Cambridge.

- [17] Öller, L. E (1990), “Forecasting the business cycle using survey data,” *International Journal of Forecasting*, 6, pp.453-463.
- [18] Ohtsuka.Y. (2018), “Large Shocks and the Business Cycle: The Effect of Outlier Adjust-ments,” *Journal of Business Cycle Research*, 14, pp.143-178.
- [19] Spiegelhalter, D. J., Best, N. G., Carlin, B. P. and van der Linde, A. (2002), “Bayesian Measures of Model Complexity and Fit,” *Journal of Royal Statistical Society: Series B*, 64, pp.583-639.
- [20] Stock, J H. and M W. Watson, (1989), “New Indexes of Coincident and Leading Economic Indicators”, NBER Macroeconomics Annual, pp.351-394.
- [21] 竹田陽介・小巻泰之・矢嶋康次 (2005), 『期待形成の異質性とマクロ経済政策』東洋経済新報社.
- [22] 竹田陽介・矢嶋康次 (2013), 『非伝統的金融政策の経済分析』日本経済新聞出版社
- [23] Toyoda, T. (1972), “Price Expectations and the Short-Run and Long-Run Phillips Curves in Japan,” *The Review of Economics and Statistics*, 65, pp.267-274.
- [24] 豊田利久 (1987), 「インフレーション: インフレ期待形成とフィリップス曲線」浜田宏一・黒田昌裕・堀内昭義編『日本経済のマクロ分析』東京大学出版会, 287-311頁.
- [25] Watanabe T. (2014), “Bayesian Analysis of Business Cycle in Japan using Markov Switching Model with Stochastic Volatility and Fat-tail Distribution,” 『経済研究』第65巻第2号, 156-167頁.

補論A 全条件付事後分布からのパラメータ推定方法

ここでは、(4)、(6)、(7)式で構成される動学的因子モデルの全条件付事後分布による推定方法について紹介する。 ϕ , ω , ν のサンプリング方法については、Ohtsuka (2018) に基づいていることから、これらの推定方法はここでは取り扱わない。

補論A.1 α_i , γ_i , λ_i , σ_i^2 のサンプリング

状態変数 f^* を所与とした場合、 α_i , γ_i と σ_i^2 のサンプリングは、線形回帰モデルの推定方法と同様になる。まず、 α_i ($i = 1, \dots, M$) の全条件付事後確率分布を導出する。(4)式を以下のように変形させる

$$\dot{y}_{it} = \dot{x}_{it}\alpha_i + u_{it},$$

ただし、 $\dot{y}_{it} = y_{it} - \gamma_i f_{it}^e l_2$ と $\dot{x}_t = I_2$ であり、 I_2 は 2×2 の単位行列とする。これより、 α_i の全条件付事後分布は

$$\alpha_i | \vartheta_{1,-\alpha_i}, \vartheta_2, f^*, \omega, y \sim \mathcal{N}(\hat{\alpha}_i, \hat{\Sigma}_{\alpha_i}),$$

ただし、

$$\hat{\Sigma}_{\alpha_i} = \left(\sigma_i^{-2} \sum_{t=1}^T \dot{x}'_{it} \Sigma_i^{-1} \dot{x}_{it} + \Sigma_{\alpha 0}^{-1} \right)^{-1}, \quad \hat{\alpha}_i = \hat{\Sigma}_{\alpha_i} \left(\sigma_i^{-2} \sum_{t=1}^T \dot{x}'_{it} \Sigma_i^{-1} \dot{y}_{it} + \Sigma_{\alpha 0}^{-1} \alpha_0 \right)$$

となる。この全条件付事後分布よりギブス・サンプラーで α_i を発生させれば良い。

次に、 γ_i ($i = 1, \dots, M$) の全条件付事後分布は、以下の線形回帰式に変形させる。

$$\ddot{y}_{it} = \ddot{x}_{it}\gamma_i + u_{it},$$

ただし、 $\ddot{y}_{it} = y_{it} - \alpha_i$, $\ddot{x}_{it} = \{\lambda_i f_{i,t-1}^e - (1 - \lambda_i) f_t\} l_2$ である。これより、 γ_i の全条件付事後分布は、

$$\gamma_i | \vartheta_{1,-\gamma_i}, \vartheta_2, f^*, \omega, y \sim \mathcal{N}(\hat{\gamma}_i, \hat{\sigma}_{\gamma_i}^2),$$

ただし、

$$\hat{\sigma}_{\gamma_i}^2 = \left(\sigma_i^{-2} \sum_{t=1}^T \ddot{x}'_{it} \Sigma_i^{-1} \ddot{x}_{it} + \sigma_{\gamma 0}^{-2} \right)^{-1}, \quad \hat{\gamma}_i = \hat{\Sigma}_{\gamma_i} \left(\sigma_i^{-2} \sum_{t=1}^T \ddot{x}'_{it} \Sigma_i^{-1} \ddot{y}_{it} + \sigma_{\gamma 0}^{-2} \gamma_0 \right)$$

である。 γ_i は、 α_i と同様に正規分布より発生させる。

そして、 σ_i^2 ($i = 1, \dots, M$) の全条件付事後分布は、

$$\sigma_i^2 | \theta_{1,-\sigma_i^2}, \vartheta_2, f^*, \omega, y \sim \mathcal{IG}(\hat{\delta}_i/2, \hat{\tau}_i/2),$$

となる。ただし、 $\hat{\delta}_i = \delta_{i0} + 2T$, $\hat{\tau}_i = \sum_{t=1}^T e'_{it} \Sigma_i^{-1} e_{it} + \tau_{i0}$ である。

最後に、 λ_i ($i = 1, \dots, M$) の全条件付事後確率は、

$$p(\lambda_i | \vartheta_{1,-\lambda_i}, \vartheta_2, f^*, \omega, y) \propto \lambda_i^{\alpha_{i0}-1} (1 - \lambda_i)^{b_{i0}-1} \left\{ \prod_{t=1}^T \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^2}} |\Sigma_i|^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_i^2} e'_{it} \Sigma_i^{-1} e_{it}\right) \right\},$$

となる。この全条件付事後密度は、既存の確率分布にはならないことから、直接 λ_i を発生させることは出来ない。これより、メトロポリス・ヘイスティングス法によって推定を行う。以下の提案分布より候補 λ_i^{new} を発生させる。

$$\lambda_i \sim \mathcal{TN}(\hat{\lambda}_i, \sigma_{\lambda_i}^2) I[\lambda_i \in (0, 1)], \quad (11)$$

ただし、

$$\hat{\sigma}_{\lambda_i}^2 = \left(\sigma_i^{-2} \sum_{t=1}^T \tilde{x}'_{it} \Sigma_i^{-1} \tilde{x}_{it} \right)^{-1}, \quad \hat{\lambda}_i = \hat{\Sigma}_{\gamma_i} \left(\sigma_i^{-2} \sum_{t=1}^T \tilde{x}'_{it} \Sigma_i^{-1} \tilde{y}_{it} \right)$$

$$\tilde{x}_{it} = \gamma_i (f_{i,t-1}^e - f_t), \quad \tilde{y}_{it} = y_{it} - \alpha_i - \gamma_i f_{it} \iota_2,$$

である。 λ_i は $0 < \lambda_i < 1$ の制約を課していることから、上記の切断正規分布より候補となるパラメータを発生させる。(11)に従う確率密度関数を $g(\lambda_i | \vartheta_{1,-\lambda_i}, \vartheta_2, f^*, \omega, y)$ とする。1回前のイタレーションの λ_i を λ_i^{old} とし、以下の受容確率によって提案分布より発生させた候補を評価する

$$Pr(\lambda_i^{old}, \lambda_i^{new}) = \min \left[\frac{p(\lambda_i^{new} | \vartheta_{1,-\lambda_i}, \vartheta_2, f^*, \omega, y) g(\lambda_i^{old} | \vartheta_{1,-\lambda_i}, \vartheta_2, f^*, \omega, y)}{p(\lambda_i^{old} | \vartheta_{1,-\lambda_i}, \vartheta_2, f^*, \omega, y) g(\lambda_i^{new} | \vartheta_{1,-\lambda_i}, \vartheta_2, f^*, \omega, y)}, 1 \right].$$

これより、確率 $Pr(\lambda_i^{old}, \lambda_i^{new})$ で $\lambda_i = \lambda_i^{new}$ とし、 $1 - Pr(\lambda_i^{old}, \lambda_i^{new})$ の確率で $\lambda_i = \lambda_i^{old}$ とする。

補論A.2 f^e と f のサンプリング

(4), (6), (7)式より、以下の線形状態空間モデルに式変形を行う。

$$y_t = \alpha + Zx_t + u_t, \quad u_t \sim \mathcal{N}(0, \Sigma),$$

$$x_t = Tx_{t-1} + R_t \eta_t, \quad \eta_t \sim \mathcal{N}(0, I_{M+q}),$$

ただし、

$$\begin{aligned}
 Z &= [A, B, O_{M \times q-1}], \quad x_t = (f_{1,t-1}^e, \dots, f_{M,t-1}^e, f_t, f_{t-1}, \dots, f_{t-q+1})', \\
 T &= \begin{bmatrix} C & D & O_{(q-1) \times M} \\ O_{q \times M} & E & \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} \phi_1 & \phi_2 & \cdots & \phi_q \\ & I_{q-1} & & O_{(q-1) \times 1} \end{bmatrix} \\
 R_t &= \begin{bmatrix} O_{M \times (M+q)} \\ \sqrt{\omega_t}, \quad O_{1 \times (M+q-1)} \\ O_{(q-1) \times (M+q)} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

となり, $O_{n \times m}$ は要素が全て0である $n \times m$ 行列とする. また, $A = \text{diag}(A_1, \dots, A_M)$, $A_i = 1_2 \times \gamma_i \lambda_i$, $B = (B'_1, \dots, B'_M)'$, $B_i = 1_2 \times \gamma_i (1 - \lambda_i)$ である. この状態空間モデルは, Durbin and Koopman (2002) の効率的シミュレーション・スモザを用いることで, 状態変数 x_t は推定可能である.