

東北学院大学 教養学部論集

第184号

2019年12月

[論 文]

自己受容が催眠状態信念の形成に及ぼす影響…………… 清水 貴 裕…… 1

フェリペ2世によるエル・エスコリアル修道院への絵画の委譲をめぐって
…………… 松 井 美智子…… 9

散逸連続体の量子論…………… 高 橋 光 一…… 35

[研究ノート]

中国大型国際的公共事業「一带一路」とは…………… 楊 世 英…… 67

[論 文]

森鷗外「鶏」論
—— 石田小介と乃木表象 …………… 原 貴 子……102

目次

〔論文〕

- 自己受容が催眠状態信念の形成に及ぼす影響……………清水 貴裕…… 1
- フェリペ2世によるエル・エスコリアル修道院への絵画の委譲をめぐって
……………松井 美智子…… 9
- 散逸連続体の量子論……………高橋 光一…… 35

〔研究ノート〕

- 中国大型国際的公共事業「一带一路」とは……………楊 世英…… 67

〔論文〕

- 森鷗外「鷄」論
——石田小介と乃木表象……………原 貴子……102

●印の著作は東北学院大学学術研究会のホームページからも読むことができます。
<<http://www.tohoku-gakuin.ac.jp/research/journal/committee.html>>にて公開中です。
東北学院大学 <<http://www.tohoku-gakuin.ac.jp/>> から、
研究・産学連携→学術誌→学術研究会（紀要、論集）へとお進み下さい。

執筆者紹介（掲載順）

清 水 貴 裕 (本学教養学部 准教授)
松 井 美智子 (本学教養学部 教授)
高 橋 光 一 (本学 名誉教授)
楊 世 英 (本学教養学部 教授)
原 貴 子 (本学教養学部 准教授)

【論 文】

自己受容が催眠状態信念の形成に及ぼす影響

清 水 貴 裕

【問題と目的】

被催眠性の個人差を説明する要因のひとつとして、人々が催眠に対して有している知識や考え、すなわち催眠観について古くから研究がなされてきている（例えば Johnson & Hauck, 1999; London, 1961; McConkey, 1986）。Johnson & Hauck (1999) は、催眠と催眠の臨床的利用に関連した幅広いトピックについての人々の考えを査定する質問紙を作成し、調査を行っている。その結果、催眠についての情報を異なる情報源から得ていても、催眠観は著しく類似していることを見出し、「催眠についての全体的な信念が我々の文化に存在しており、個人的な情報源からの影響に優先する」と述べている。一方, Barrett (2006) や Pintar (2010) は、18 世紀のメスメリズムの時代から現代に至るまで、多くの本やテレビ、催眠ショーなどを通して描き出される催眠のイメージを通して、人々は催眠を誤解したり、催眠の神話を信じ込んできたと指摘している。

Shimizu (2014) は、こうした催眠観の中でも、「人は催眠にかかる（入る）とどのような体験や行動をするか」といった、催眠中に生じる体験（催眠状態）として人々が考えている内容を、「催眠状態に対する信念（Beliefs about Hypnotic States, 以下、催眠状態信念）」と呼び、催眠状態信念質問紙（Beliefs about Hypnotic States Questionnaire, BHSQ）を作成している。BHSQ の因子分析の結果、催眠状態信念として、「解離離人様体験」信念、「自己コントロールの喪失」信念、「治療的期待」信念、「普段以上の能力発揮」信念の 4 因子を抽出している。解離離人様体験信念は、「自分自身をまるで別の人間のように感じる」の項目に表されるように、催眠状態になると解離や離人的体験をするという考えに関連する項目から構成されている。自己コントロールの喪失信念は、「全ての決定を催眠をかける人にまかせる」のように、催眠状態では催眠者に操られるというような考えに関連する項目からなる。治療的期待信念は、「幼い頃の出来事を今現在起こっていることのように鮮明に思い出す」、「普段は気づかない感情が表れる」など、いわゆる催眠療法の中で治療の効果をもたらすような状態になるという考えに関連した項目からなる。普段以上の能力発揮信念は、「普段よりも身体能力（足が速くなる、力が強くなるなど）が上がる」のように、催眠状態になると普段

では考えられない能力が得られるという考えに関連した項目から構成されている。

Shimizu (2014) は、この催眠状態信念と、「催眠を受けたい (受けたくない)」といった感情的側面である催眠態度 (感情的催眠態度) を測定し、被催眠性 (行動的催眠反応性と主観的催眠反応性) との関連を検討した。その結果、解離離人様体験信念と自己コントロール喪失信念は、行動的および主観的催眠反応性に影響を及ぼさないことが示された。一方、治療的期待信念と普段以上の能力発揮信念については、治療的期待信念が感情的催眠態度に正の影響を、普段以上の能力発揮信念が感情的催眠態度に負の影響を及ぼし、それぞれ間接的に行動的催眠反応性に影響することが示された。これらの結果について Shimizu (2014) は、解離離人様体験信念や自己コントロール喪失信念といった催眠に対するステレオタイプの信念は、催眠の説明や経験によって容易に変容する比較的表層的な信念であるため催眠反応性に影響を及ぼさず、一方で催眠反応性に影響を及ぼした治療的期待信念や普段以上の能力発揮信念は、Johnson & Hauck (1999) が指摘するような個人的情報源に影響されにくい信念である可能性について考察している。こうしたことから、人々は催眠状態に関する情報や知識を単に取り入れるだけではなく、何らかの枠組みにもとづいてそれらの情報を取捨選択しながら、催眠状態についての個々人の信念を形成していることが考えられる。

心理臨床実践では、多様な問題の解決や変化を求めて催眠による心理臨床的援助を受ける。Barber (2000) は、催眠に対して積極的構えの高い参加者 (positively-set “highs”) が、自分自身の個人的な問題や現状に変化を与えてくれるものとして催眠を考えている可能性について言及している。言い換えると、自己や日常生活で抱える問題の変容を求める期待が、催眠をそうした現状を変えてくれるものとして捉えさせ、催眠に対する積極的な態度を形成するということになるだろう。

こうしたことから、本研究では、現在の自己や自己を取り巻く状況に対する認識が、催眠で生じると考える体験の捉え方、すなわち催眠状態信念に及ぼす影響について検討することを目的とする。なお本研究では、この現在の自己や自己を取り巻く状況に対する認識として自己受容 (self-acceptance) を取り上げ、両者の関連について検討する。

【方法】

調査対象者と調査手続き

調査対象者は、質問紙調査への参加に同意した大学生 224 名 (女性 107 名, 男性 117 名) であった。調査対象者の平均年齢は 20.27 歳 ($SD = 1.72$ 歳) であった。調査は、大学の講義時間を利用して、集団一斉調査で行われた。

調査内容

催眠状態に対する信念：Shimizu（2014）で作成された改訂版催眠状態信念質問紙（Beliefs about Hypnotic States Questionnaire - Revised, BHSQ-R）を用いた。「催眠に入ると人はどのようになるか」という、人々が催眠中に生じると考えている体験について尋ねる質問紙で、解離離人様体験信念（15項目）、自己コントロールの喪失信念（8項目）、治療的期待信念（8項目）、普段以上の能力発揮信念（4項目）の35項目4因子で構成されている。これらの質問項目に対して、人が催眠にかかるとそうした状態になると思うかどうかについて、「そうなると思わない（1）」から「そうなると思う（4）」までの4件法で回答を求めた。

感情的催眠態度の測定：Shimizu（2014）で作成された感情的催眠態度尺度を用いた。本尺度は、Spanos, Brett, Menary & Cross（1987）が作成した催眠態度尺度（Attitudes Toward Hypnosis Questionnaire）を参考にしながら、自身が催眠を受けることについての感情的、行動的側面を捉えていると考えられる5項目によって構成されている。各項目に対して、「全く当てはまらない（1）」から「よく当てはまる（4）」の4件法によって回答を求めた。

自己受容の測定：自己受容の測定には、自己受容測定尺度（沢崎, 1993）を用いた。本尺度は、「ありのままの自分をそのまま受け入れている状態」である自己受容を測定する。トータルな自己を対象としており、「身体的自己」、「精神的自己」、「社会的自己」、「役割的自己」、「全体的自己」の5領域35項目から構成される。各項目について「それではまったくいやだ、気に入らない（1）」から「それでまったくよい、そのままでよい（5）」の5件法で回答を求めた。

【結果】

回答に不備のある参加者を除き、最終的な調査対象者は221名（女性106名、男性115名）となった。BHSQ-R下位尺度と感情的催眠態度は1点から4点、自己受容測定尺度の下位尺度は1点から5点で得点化し、それぞれの項目平均得点を算出した。それぞれの変数の平均値、標準偏差および相関係数をTable 1に示す。

自己受容の5つの下位尺度項目平均得点を用いてウォード法によるクラスター分析を行った。セミパーシャル R^2 の変化から5クラスターを適当と判断した。各クラスターの特徴を把握するため、自己受容下位尺度の項目平均得点を従属変数として1要因分散分析を行った。クラスターごとの自己受容下位尺度得点をTable 2およびFigure 1に示す。第1クラスターは全体的自己以外の自己受容すべての領域において最も得点が低く、「自己受容低群」と命名した。第2クラスターはほぼすべての領域において第4クラスターの次に得点が高く、特

Table 1 BHSQ-R 下位尺度, 感情的催眠態度および自己受容下位尺度の基礎統計量

| | Mean | SD | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|-----------------|------|------|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|
| 1. 解離離人様体験信念 | 2.50 | 0.63 | - | .68** | .71** | .52** | .09 | -.17* | -.16 | -.16* | -.13 | -.22** |
| 2. 自己コントロール喪失信念 | 2.82 | 0.71 | - | .66 | .46** | .12 | -.16* | -.10 | -.07 | -.04 | -.12 | |
| 3. 治療の期待信念 | 2.76 | 0.64 | - | | .59** | .26** | -.12 | -.17 | -.10 | -.06 | -.20** | |
| 4. 普段以上の能力発揮信念 | 2.22 | 0.78 | - | | | .26** | -.11 | -.11 | -.16* | -.09 | -.08 | |
| 5. 感情的催眠態度 | 2.56 | 0.78 | - | | | | -.01 | -.01 | -.08 | .03 | -.06 | |
| 6. 身体的自己 | 3.18 | 0.74 | - | | | | | .66** | .56** | .44** | .55** | |
| 7. 精神的自己 | 3.29 | 0.67 | - | | | | | | .56** | .51** | .54** | |
| 8. 社会的自己 | 3.60 | 0.69 | - | | | | | | | .54** | .46** | |
| 9. 役割的自己 | 3.54 | 0.84 | - | | | | | | | | .44** | |
| 10. 全体的自己 | 3.17 | 1.06 | - | | | | | | | | | - |

** $p < .01$, * $p < .05$

Table 2 各クラスターの自己受容得点の比較

| | 1. 自己受容 低群 (n = 46) | 2. 对人的自己 受容高群 (n = 63) | 3. 全体的自己 低群 (n = 20) | 4. 自己受容 高群 (n = 26) | 5. 平均群 (n = 66) | 多重比較 |
|-------|------------------------|------------------------------|-------------------------|------------------------|--------------------|------------------|
| 身体的自己 | 2.47 (0.48) | 3.52 (0.58) | 2.69 (0.64) | 4.15 (0.41) | 3.12 (0.53) | 1,3<5<2<4 |
| 精神的自己 | 2.47 (0.41) | 3.57 (0.46) | 3.11 (0.59) | 4.16 (0.43) | 3.32 (0.41) | 1<3,5<2<4 |
| 社会的自己 | 2.76 (0.52) | 3.94 (0.46) | 3.70 (0.57) | 4.32 (0.55) | 3.54 (0.44) | 1<5<2<4 1<3<4 |
| 役割的自己 | 2.67 (0.62) | 4.19 (0.46) | 3.90 (0.39) | 4.33 (0.58) | 3.10 (0.57) | 1<5<2,3,4 |
| 全体的自己 | 2.29 (0.76) | 3.73 (0.55) | 1.70 (0.47) | 4.88 (0.26) | 3.03 (0.55) | 3<1<5<2<4 |

注) カッコ内の数値は標準偏差を表す。

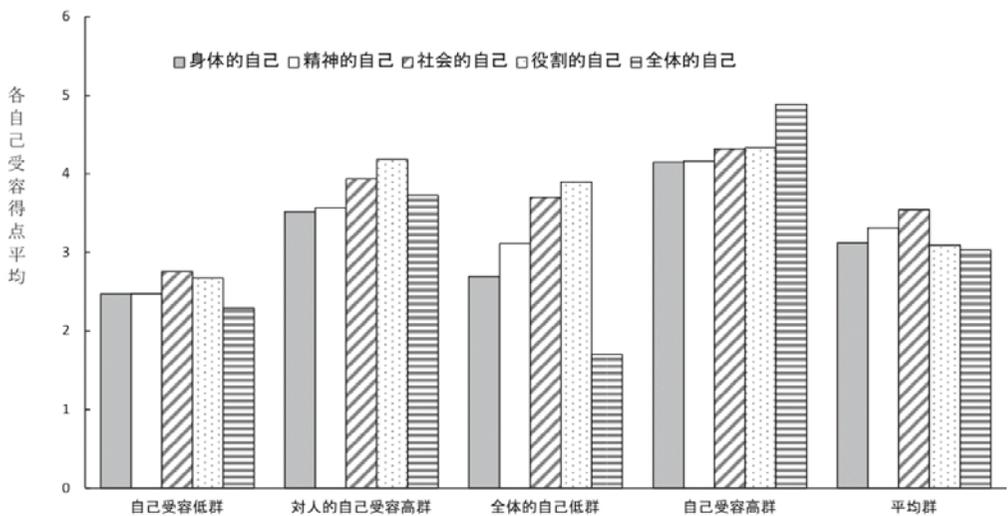


Figure 1. 各クラスターの自己受容得点平均値

に役割的自己においては第4クラスターと有意な差が認められなかった。このことから、社会における役割など対人的なかかわりにおける自己受容が高いと考え、「対人的自己受容高群」とした。第3クラスターは、自身の過去や現在に対しての自己受容である全体的自己の得点が全クラスター中最も低いことが特徴的であるため「全体的自己低群」とした。第4クラスターは自己受容すべての領域において最も得点が高いため「自己受容高群」、第5クラスターはほぼすべての領域で中間に位置するため「平均群」と命名した。

クラスター分析によって得られた自己受容の5タイプを独立変数として、感情的催眠態度得点を従属変数とした1要因分散分析を行った結果、クラスター間で有意な差は認められなかった ($F(4, 216) = 0.26, n.s.$)。

次にBHSQ-R下位尺度を従属変数として、自己受容の5タイプと感情的催眠態度（高群・低群）による2要因分散分析を行った（Table 3）。その結果、治療的期待信念得点、普段以上の能力発揮信念得点のそれぞれを従属変数とした2要因分散分析において、感情的催眠態度の主効果が認められた（それぞれ $F(1, 211) = 10.04, p < .01, F(1, 211) = 12.92, p < .01$ ）。いずれも感情的催眠態度高群の方が低群よりも有意に得点が高く、催眠を受けることに対して積極的な参加者の方がそうではない参加者よりも、催眠状態を治療的な効果を持つと捉えたり、普段ではありえない状態になると捉えていることが示された。

また、解離離人様体信念得点、自己コントロール喪失信念得点、治療的期待信念得点を従属変数とした2要因分散分析においては、自己受容5タイプの主効果が認められた（それぞれ順に、 $F(4, 211) = 3.20, p < .05, F(4, 211) = 2.67, p < .05, F(4, 211) = 2.66, p < .05$ ）。LSD法を用いた多重比較の結果、解離離人様体信念においては自己受容高群よりも、自己受容低群、全体的自己低群、平均群の方が得点があり高く、また対人的自己高群よりも全体的自己低群の方が得点があり高いことが示された ($MSe = 0.39, p < .05$)。自己コント

Table 3 感情的催眠態度と自己受容5タイプによる2要因分散分析

| | 感情的態度低群 | | | | | 感情的態度高群 | | | | | 感情的催眠態度主効果 | 自己受容多重比較 |
|--------------|------------------|---------------------|-------------------|------------------|----------------|------------------|---------------------|------------------|------------------|----------------|------------|----------------|
| | 1. 自己受容低群 (n=25) | 2. 対人的自己受容高群 (n=36) | 3. 全体的自己低群 (n=12) | 4. 自己受容高群 (n=15) | 5. 平均群 (n=40) | 1. 自己受容低群 (n=21) | 2. 対人的自己受容高群 (n=27) | 3. 全体的自己低群 (n=8) | 4. 自己受容高群 (n=11) | 5. 平均群 (n=26) | | |
| 解離離人様体信念 | 2.59 (0.53) | 2.29 (0.68) | 2.60 (0.53) | 2.35 (0.73) | 2.57 (0.53) | 2.66 (0.60) | 2.42 (0.57) | 2.76 (0.51) | 2.13 (0.76) | 2.63 (0.65) | | 4<1,3,5 2<3 |
| 自己コントロール喪失信念 | 2.71 (0.56) | 2.65 (0.74) | 3.10 (0.52) | 2.53 (0.99) | 2.92 (0.63) | 2.90 (0.66) | 2.81 (0.71) | 3.19 (0.64) | 2.77 (0.74) | 2.95 (0.66) | | 1,2,4<3 |
| 治療的期待信念 | 2.67 (0.56) | 2.51 (0.67) | 3.08 (0.51) | 2.29 (0.69) | 2.73 (0.56) | 3.05 (0.58) | 2.87 (0.51) | 3.03 (0.36) | 2.93 (0.74) | 2.89 (0.69) | 低群<高群 | 2,4<3 |
| 普段以上の能力発揮信念 | 2.13 (0.67) | 1.90 (0.79) | 1.92 (0.58) | 1.78 (0.71) | 2.31 (0.72) | 2.62 (0.66) | 2.41 (0.58) | 2.44 (0.90) | 2.30 (0.91) | 2.36 (0.90) | 低群<高群 | |

注) かつこ内の数値は標準偏差を表す。

ロール喪失信念においては、全体的自己低群の方が、自己受容低群、対人的自己受容高群、自己受容高群よりも有意に得点が高い、つまり催眠状態では催眠者に操られるというような考えを有していることが示された ($MSe = 0.49, p < .05$)。これらのことから、特に、自身の過去や現在に対しての自己受容が低い群 (全体的自己低群) は、自己受容高群や対人的自己受容高群よりも、催眠状態に対してステレオタイプの考えを有していると言える。治療的期待信念においては、全体的自己低群の方が対人的自己受容高群と自己受容高群よりも有意に得点が高いことが示され、催眠療法の中で治療的效果をもたらすような状態になるという考えを有していることが示された ($MSe = 0.38, p < .05$)。

【考察】

催眠状態信念下位尺度を従属変数とした2要因分散分析では、感情的催眠態度の主効果が治療的期待信念、普段以上の能力発揮信念において認められ、自己受容のクラスター各群の主効果が解離離人様体験信念、自己コントロール喪失信念、治療的期待信念において認められた。

感情的催眠態度の主効果については、治療的期待信念、普段以上の能力発揮信念ともに感情的催眠態度高群の方が低群よりも高い信念を有していることが示された。治療的期待信念については Shimizu (2014) の結果を支持する結果であった。しかし普段以上の能力発揮信念については、Shimizu (2014) では普段以上の能力発揮信念を高く有することでネガティブな感情的催眠態度が形成されることが示されており、今回の結果とは異なる。Shimizu (2014) の結果は、普段以上の能力発揮信念以外の催眠状態信念を統制した上での感情的催眠態度への影響であるため、本研究の結果と単純に比較することはできない。しかし今回の結果を見ると、感情的催眠態度高群が低群よりも普段以上の能力発揮信念を有しているというよりもむしろ、感情的催眠態度低群の普段以上の能力発揮信念の低さが影響して、主効果が生じているように見える。つまり普段以上の能力発揮信念に示されるような状態はありえない状態であるという否定的な考えを感情的催眠態度低群が示しているともいえよう。

一方、自己受容5タイプの主効果に関して、多重比較の結果の特徴として顕著であったのは、有意な差が認められた解離離人様体験信念得点、自己コントロール喪失信念得点、治療的期待信念得点のいずれにおいても、全体的自己低群が対人的自己受容高群と自己受容高群よりも有意に得点が高いことが示された点であった。このことから、自己受容の各領域の中でも特に、過去や現在の自己に対する全体的な自己に対する捉え方が催眠状態信念の形成に影響を及ぼしていると考えられる。Barber (2000) の指摘から考えると、自身の過去や現在

に対して否定的な捉え方（全体的自己低群）が、現状の自己を変えてくれるものとして催眠を捉えさせ、その期待が催眠状態信念にも反映されているということになるだろう。

特に、解離離人様体験信念や自己コントロール喪失信念といった主体性喪失に関連した信念の高さから考えると、全体的自己低群が有している催眠状態信念は、催眠状態になることで自分自身ではなくなったり、自分を勝手にコントロールしてくれるというような、受け身的、他者依存的な自己変容の期待から形成されていることが推測される。多くの心理臨床家は、催眠を用いた心理臨床的援助を行うにあたっては、クライアントの有する催眠に対する誤解をアセスメントし、修正することが重要であると指摘している（例えば Lynn & Kirsch, 2006; Yapko, 2012）。本研究の知見から考えると、催眠に対する捉え方のアセスメントだけではなく、こうした受け身的、他者依存的な自己変容の期待や自身についての捉え方のアセスメントも重要であることが示唆される。

本研究においては、特に全体的自己低群と催眠状態信念の関連が示されたが、自己受容5タイプを独立変数、感情的催眠態度得点を従属変数とした1要因分散分析においては、全体的自己低群とその他の群の間に有意な差が認められなかった。つまり全体的自己低群が抱くような自己変容への期待が必ずしも催眠への積極的な態度を形成するわけではないと考えられ、こうした自己への認識や変化への期待と催眠態度の関連について検討することが今後の課題となるだろう。

【引用文献】

- Barber, T.X. (2000). A deeper understanding of hypnosis : Its secrets, its nature, its essence. *American Journal of Clinical Hypnosis*, **42**(3-4), 208-272.
- Barrett, D. (2006). Hypnosis in film and television. *American Journal of Clinical Hypnosis*, **49**(1), 13-30.
- Johnson, M.E., & Hauck, C. (1999). Beliefs and opinions about hypnosis held by the general public : A systematic evaluation. *American Journal of Clinical Hypnosis*, **42**(1), 10-20.
- Lynn, S.J., & Kirsch, I. (2006). *Essentials of clinical hypnosis : An evidence-based approach*. Washington, DC : American Psychological Association.
- London, P. (1961). Subject characteristics in hypnosis research : Part I a survey of experience, interest, and opinion. *International Journal of Clinical and Experimental Hypnosis*, **9**, 151-161.
- McConkey, K.M. (1986). Opinions about hypnosis and self-hypnosis before and after hypnotic testing. *International Journal of Clinical and Experimental Hypnosis*, **34**(4), 311-319.
- Pintar, J. (2010). On a clear day you can see forever : Hypnosis in the popular imagination. In S.J. Lynn, J.W. Rhue, & I. Kirsch (Eds.), *Handbook of clinical hypnosis (2nd ed)*. pp. 669-690. Washington, DC : American Psychological Association.
- 沢崎達夫 (1993). 自己受容に関する研究 -1- 新しい自己受容測定尺度の青年期における信頼性と妥当性の検討 カウンセリング研究, **26**(1), 29-37.

- Shimizu, T. (2014). A Causal Model Explaining the Relationships Governing Beliefs, Attitudes, and Hypnotic Responsiveness. *International Journal of Clinical and Experimental Hypnosis*, **62**, 231-250.
- Spanos, N.P., Brett, P.J., Menary, E.P., & Cross, W.P. (1987). A measure of attitudes toward hypnosis : Relationships with absorption and hypnotic susceptibility. *American Journal of Clinical Hypnosis*, **30** (2), 139-150.
- Yapko, M.D. (2012). *Trancework : An introduction to the practice of clinical hypnosis*. 4th ed. New York : Brunner/Routledge.

【論 文】

フェリペ2世によるエル・エスコリアル 修道院への絵画の委譲をめぐって

松 井 美 智 子

序章 フェリペ2世による絵画委譲

16世紀マニエリスムを代表する絵画理論の著者にして画家のジョヴァンニ・パオロ・ロマッツォは、『絵画の殿堂のアイデア (*Idea del Tempio della Pittura*)』(1590年刊)の最終章にあたる第38章「絵画の定義について、またその巨匠たちに国王や君主たちによって授与された榮譽について」の冒頭で、次のように述べている。

「絵画のあらゆる部分は、前に触れたように、ある部分が他の部分より優っていると劣っているとか見えないように、部分相互でたずさえあっていなければならない。というのも、そこから何らかの不調和が生じかねないからで、そうした不調和はかような作品を眺める人をたいそう傷つけるのである。このように適応アコンパニャメントさせること(調和させること)こそ芸術の極地であり、またそれは芸術を構成するあらゆる部分の普遍的で均衡ある知識なしには達成できないものであるから、こうした叡智がまもなく永遠に失われてしまうことを恐れる理由に事欠くことはない。統治者たち自身、すでに述べたように、互いにあまりに異なっているのなら、我々はいかにして芸術家たちを二流の者たちだとかそれより勝るとか、あるいは三流や四流とみなすべきなのだろうか。

しかしながら、こうしたことが我々の君主たちをして、今日の画家たちを高く評価したり賞賛したりすることから遠ざけるということはないし、それはまさに古いにしへのあらゆる国々の君主たちが、その時代の画家たちを称賛したのと同様である。そのことは、今日多数の君主たちのところに見られる様々な美術館(musei)から理解できる。とりわけ、領土の壮大さ、信仰心と確固とした美德という点において、今日存命中の最も偉大な君主のそれにおいてそうなのである。私の語っているのはカトリック王フェリペのことであり、偉大なるカール5世の息子にして、その王国だけでなく美德をも受け継いでいる。偉大な芸術家たちの作品がここに集められ、そのすばらしさを世界中に誇示しており、

また彼らの名を高め不滅にしているのである。」¹。(括弧は筆者による補足。以下同様。)

ロマッツォによるこの一節は、絵画芸術を極める者には絵画を構成するあらゆる部分の普遍的な均衡の知識が求められるのであり、その叡智はまもなく永遠に失われるのではないかと危惧されるものの、しかしすぐれた君主たちの所有する絵画コレクションにおいて、絵画芸術の偉大さは不滅化されていると記し、当代の絵画コレクションの筆頭に挙げるべきは、何よりもスペインのフェリペ2世のものであると強調している。次の一節で、そのコレクションは、ソロモン王の建造した神殿に比肩するエル・エスコリアル修道院（以下、エスコリアルと略記）に他ならないと述べ、これに寄与した芸術家たちとしてティツィアーノを筆頭に北イタリア、とくにロンバルディア地方の美術家たちの活躍を記す²。古代のアレクサンダー大王とその宮廷画家アペレスの故事に始まりながら、いまや絵画の高貴性は英明で高潔な一人の君主のもとに集められた質の高い絵画コレクションによって証明されるという訳である。

ここで記されたエル・エスコリアル修道院（正式名称は Monasterio de San Lorenzo el real de El Escorial）（図1）とは、断るまでもなく、マドリードの北西約50キロメートルに位置

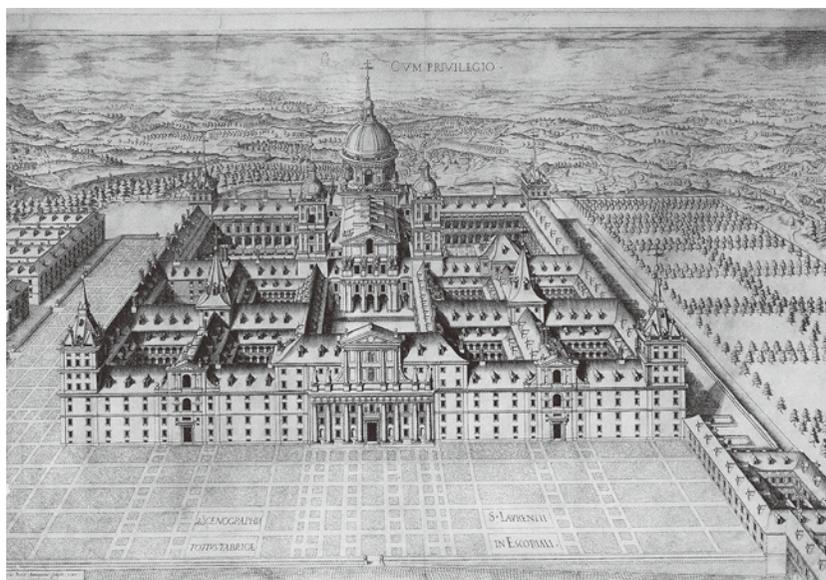


図1 エル・エスコリアル修道院全景（建築版画集《第7図》より）

¹ Giovan Paolo Lomazzo, *Idea del Tempio della Pittura*, in *Scritti sulle arti*, a cura di Roberto Paolo Ciardi, Firenze, 1973, vol. 1, pp. 359-61, esp. p. 359; Idem., *Idea del Tempio della Pittura*, edizione commentata e traduzione de Robert Klein, Istituto nazionale di studi sul Rinascimento, Firenze, 1974, vol. 1, pp. 371-77.

² そもそもフェリペ2世に献呈された本書において、ロマッツォは厳密には「エル・エスコリアル」の聖ラウレンティウスに捧げられたきわめて大きな殿堂/聖堂（il grandissimo tempio dedicato a S. Lorenzo nel Scurial）」と、本書のタイトルにある'tempio'の語を使ってエスコリアルを記しているのは興味深い。

するグアダラマ山脈の山の麓に、フェリペ2世（1527-98年／在位1556-98年）によって建設された大規模な複合建造物のことに他ならない³。フェリペは即位直後から造営を計画し、1563年に着工、およそ20年の歳月をかけて1584年に竣工式を行った。聖堂の建設と内部装飾にはさらに時間を要し、聖堂内陣の地下に、今日見る豪壮な墓廟が完成したのは彼の死後（1654年）のことである。この修道院創設の目的は、神を讃え神の恩寵に感謝を捧げる宗教儀礼と祈禱を手厚く挙げて、カトリック信仰の護持、カトリックの教義の遵守を範例として世界に表明すること、さらに父王である神聖ローマ皇帝カール5世（スペイン国王カールロス1世）に始まるスペイン・ハプスブルク王家の一族の墓廟を建設して、死後の魂の安寧を祈願し、王家の栄光を永遠に顕彰することにあった⁴。その宗教儀礼と祈禱の執行は、瞑想的信仰生活を特色とし、また王室にゆかりの深いヒエロニムス修道会に委託された。また中世以来、王立修道院に王家一族の滞在用の居室群を設ける伝統に従って宮殿部を併設拡充しているほか、修道士の養成と研究のための神学校と寄宿舍、図書館、印刷所、療養所、薬局、薬草と食料のための耕地なども備えて、一つの完結した世界を形成している。フェリペはここで晩年のほとんどの時間を費やし、1598年9月13日大規模聖堂に隣接する小さな寝室で他界したのである。

さまざまな機能を具備するこの複合建造物の内部は、聖堂に設置された多数の祭壇衝立画のように固定設置された絵画のほか、壁面そのものに直接描かれて装飾が構造体と一体化する固定式のフレスコ壁画によって、聖堂の内陣と聖歌隊席、主祭壇衝立の背後に設置されているサグラリオ（至聖所）のヴォールト等をはじめ、修道院の回廊、聖具室とその前室、参事会室とその前室、さらに宮殿部の戦闘図のギャラリーから図書館に至る膨大な空間を荘麗化し装飾している。フェリペはこれらのフレスコ装飾に当たらせるため、熟練の美術家たちをわざわざイタリアとくに北イタリアからスペインへ呼び寄せ、エスコリアル建造プロセスに合わせて従事させた。こうしたエスコリアルフレスコ装飾は、フェリペの青年時代に体験したイタリアの邸館の内部装飾が一つの靈感源となっている。他方、紙や板、カンヴァスあるいは金属などさまざまな支持体にペン、水彩、テンペラ、油彩などで描かれ、持ち運び可能な絵画や版画等による内部装飾もこれに劣らず膨大な数に及んでおり、フェリペが固定式装飾と可動的装飾の双方に等しく重きを置いていたことがわかる。

後者のポータブルな絵画類は、自ら画家に制作を委託して購入したもの、父カール5世や叔母ハンガリーのマリアなどから遺贈されたもの、さらに廷臣たちのコレクションから購入、

³ 松井美智子「エル・エスコリアル修道院とその遺跡」、『スペイン文化事典』、川成洋/坂東省次編、丸善株式会社、平成23年、pp. 740-41より引用。

⁴ Fray José de Sigüenza, *La Fundación del Monasterio de El Escorial*, ed. 1988, Madrid, Primea Parte, Discurso I, pp. 23-31, esp. p. 30.

あるいはフィレンツェ大公などに代表される他の宮廷からの贈与によって、フェリペの所有に至っている。それらは、王家の財産のうち室内調度品と同様のいわゆる動産の一部に位置付けられており、フェリペは修道院建設の進展に合わせて、それらの所有権と管轄の委譲/贈与を、エスコリアルを管轄したヒエロニムス修道会に数回にわたって行なった。こうした動産としての絵画委譲を通じて、彼は自身の意図に沿った装飾の実現を図ったのである。

本稿は、フェリペ2世による動産としての絵画の贈与記録のうち、1563年から1574年にかけて行われたもっとも重要な委譲の目録を精査し、作品選定の特質を明らかにするものである。また選定された絵画の具体的な設置場所の特定を試みながら、その意義を考察してみたい。

第1章 フェリペによる動産としての絵画の贈与記録

エスコリアル修道院への絵画の贈与記録は、元来修道院のアーカイブに保管され、のちにマドリッド王宮のアーカイブに移された手稿をもとに、フリアン・サルコ・クエバスによって1930年に公刊されている⁵。彼は、1571年からフェリペの没年の98年に至るまで7回に分けて行われた動産の委譲を記録した手稿と、死後の1611年に8回目として記された手稿を調査対象としており、現存記録のほぼ全てを網羅したものとみなされている⁶。しかし1992年、フェルナンド・チェカは1571年以前に遡る贈与記録の存在に着目してそれを公表した。エスコリアルの建造開始と同年の1563年、3年後の1566年の贈与記録である⁷。この記録によって、フェリペは修道院の建造に着手した当初から、動産の委譲を介してエスコリアルを荘麗化しようと構想し、しかも質の高い優れた美術作品によってそれを実現しようという意思も明らかとなった。その後2002年、B. バセゴダは再び手稿に戻って贈与記録を概観し、再検討を行っている⁸。そして近年、贈与記録の手稿はフェルナンド・チェカの編纂によって

⁵ Julián Zarco Cuevas, *Inventario de las alhajas, pinturas y objetos de valor y curiosidad donados por Felipe II al Monasterio de El Escorial (1571-1598)*, Madrid, 1930.

⁶ 「第1回の委譲 (Entrada Primera)」と題された1574年の手稿には1571年、72年、74年の贈与を一括して記載。「第2回の委譲」には、1576、77年の贈与を一括して記載。「第3回の委譲」には1577年2月12日付の贈与を記載。「第4回目の委譲」には1584年8月付を記載。「第5回の委譲」には1586年7月付を記載。「第6回の委譲」には1593年6、7月付を記載。「第7回の委譲」には1597年11月付を記載。フェリペ死後の1611年「第8回の委譲」には1605年、06年、11年9月17日付を一括して記載している。Julian Zarco Cuevas, *op.cit.*, p. 16. サルコ・クエバスにより編纂された目録は、編年体によってではなく、「礼拝の宝飾品と諸物」、「聖遺物」、「タビスリーと刺繍」など動産のジャンルで一括され、絵画は「作者名の記された絵画」と「記されていない絵画」に分別され、前者はさらに制作者で分類されている。

⁷ Fernando Checa, *Felipe II, Mecenas de las artes*, 1992, Madrid, 1992, pp. 242-43.

⁸ B. Bassegoda, *El Escorial como museo*, Bellaterra, Barcelona, Girona, Lleida, 2002, pp. 17-27.

刊本化されたほか、これらの資料に新たな解釈の可能性を探る試みも始まっている⁹。

では、今日に知られるフェリペによる絵画委譲の記録から、ロマッツォによってこれまでに存在した他のいかなるものよりも優れているとされた、絵画コレクションとしてのエスコリアルはいかなるものであり、またどのように装飾されたものだったのか、私見を交えつつ、まずはその一部を再考してみたい。

(I) 1563年および1566年の絵画の委譲

最初の絵画の委譲は1563年5月14日¹⁰に「臨時聖堂 (la iglesia de prestado)」に向けて行われた僅か2点の油彩による板絵である。作者不詳ながら主題は「聖母マリアと福音記者ヨハネを伴ったキリスト磔刑」と「聖母マリアの被昇天」であったことが知られる。これらはいわゆる祈念画とみられるが、フェリペは当初からエスコリアルの修道院生活におけるキリストと聖母マリアに対する崇敬の重要性を示そうとしたものと解釈しうるものであろう¹¹。

このわずか3年後の1566年6月28、29日、7月2日に行われた絵画の委譲では合計7点が記録されている。ここに初めて作者名が明記され、質的にも極めて優れた作品が選定された。しかも幸運なことに、そのいくつかは現存している。ジュリオ・クローヴィオの作品《聖家族と聖エリザベツと幼児洗礼者ヨハネ》(マドリッド、ラサロ・ガルデアアーノ美術館蔵)(図2)、《ゴリアテを打ち負かすダヴィデ》(ニューヨーク、ヴィルデンシュタイン・コレクション蔵)、そのほか作品は同定されていないが彼の作として「第5の苦しみ」と「裸体の洗礼者聖ヨハネ」の主題が知られる。さらにティツィアーノ作として「洗礼者聖ヨハネの描かれた蓋のあるキリスト磔刑」、作者不記名の「聖母子と合唱する二人の天使」と「聖母マリア、聖ヨハネ、マリアたちを伴うキリスト磔刑」が含まれていた¹²。

クローヴィオの細密画《聖家族と聖エリザベツと幼児洗礼者ヨハネ》(図2)は、カール5

⁹ *Los Libros de entregas de Felipe II a El Escorial*, ed. de Fernando Checa, Madrid 2013. M. Belén Díez-Ordás Berciano, *La Decoración Pictórica de El Escorial. Historia evolutiva de la decoración pictórica mueble de las principales estancias del monasterio de El Escorial hasta Felipe IV*, Leon, 2015.

¹⁰ Fernando Checa, *op. cit.*, p. 242. チェカの5月13日という日付は誤りであるとの指摘がある。M. Belén Díez-Ordás Berciano, *op. cit.*, p. 95, nota 143.

¹¹ Fernando Checa, *op. cit.*, p. 242.

¹² M. Belén Díez-Ordás Berciano, *op. cit.*, pp. 93-97. 1566年6月28日付の4点は'sacristán'に宛て、6月29日と7月2日付の3点は'monasterio "de Prestado"'に宛てて贈与が行われた。建造のごく初期段階であった当時、これらが具体的にどの場所を指すのか複雑な議論があるが、本稿では立ち入らない。エスコリアルの竣工後にはフェリペの意図する然るべき場所に設置されたものと考えられる。《ゴリアテを打ち負かすダヴィデ》について、F. チェカはかつてミカエル・コクシーの作品でハンガリーのマリアのコレクションに由来するものと同定したが (Fernando Checa, *op. cit.*, p. 242.)、近年ではこれをクローヴィオ作品とみなし、さらにこれら初期の贈与に登場するクローヴィオの細密画が、エスコリアルのスクリプトリウムに与えた影響の大きさに注意を促している。Fernando Checa, 《Cose piccole di pittura》: Las Miniaturas del 'Passionarium' de Felipe II y El 'Scriptorium' Escorialense, in *Reales Sitios*, 2013, n.198, pp. 4-39.



図2 ジュリオ・クローヴィオ《聖家族と聖エリザベツと幼児洗礼者ヨハネ》マドリード，ラサロ・ガルデアアノ美術館

世に献呈するためフェリペ2世の執事長ルイ・ゴメス・デ・シルバの委託によってフィレンツェで制作されたもので、1558年ユステの修道院で作成されたカール5世の財産目録に収録された作品と同一視されている。その直後にフェリペは他の1点とともにこれを200ドゥカードで購入した¹³。後述するティツィアーノの宗教画と同様、これらのクローヴィオの細密画は父カール5世の美術遺産として、フェリペにとって格別な意義を有し、それゆえにこれほど早期にまずはエスコリアルを荘厳化のため委譲されたと言えるかも知れない。また保管場所の制約を考慮すれば、クローヴィオ作品は細密画という小品であったことも、建造の最初期段階にあっては好都合だったのだろう。

1624年にエスコリアルを訪問したカシアーノ・ダル・ポッツォはクローヴィオ作品を3

¹³ J. J. Martín González, El palacio de Carlos V en Yuste II, en *Archivo español de arte*, 1950, n.23 : 91, pp. 235-36. M. Belén Díez-Ordás Berciano, *op.cit.*, pp. 338-41. *Felipe II. Un Príncipe del Renacimiento*, (Catálogo de exposición) Madrid, 1998, pp. 596-70.

点実見し、「羊皮紙に描かれた繊細極まりない細密画」と絶賛している¹⁴。これらは修道院内の聖具室前室の上階に位置する「道徳の講義室 (Aura de Moral)」に付設された「聖遺物の付属礼拝堂 (camarín de las reliquias)」あるいは「聖女テレサの付属礼拝堂 (camarín de Santa Teresa)」と称される小部屋に保管されていた (図7参照)。これはクローヴィオの細密画が、同所に保管されていた聖女テレサの手稿や聖遺物と同等に、ことのほか貴重視あるいは神聖視されていたことを物語っているとみるべきかも知れない。確かに、フェリペはクローヴィオの細密画の芸術性を評価したばかりではなかった。エスコリアルのスクリプトリウムの修道士たちの手によって、聖堂や修道院内に供給される膨大な典礼書等の彩飾写本が作成される際、フェリペの重要視した様式的な一貫性と芸術性を共に確保するため、クローヴィオの細密画はその出発点となり、規範としての影響力を及ぼしたとみられるからである¹⁵。

(II) 1574年第1回の絵画の委譲

サルコ・クエバスによる1574年から1611年まで8回にわたって行われたフェリペ2世のエスコリアルへの動産の委譲目録、とくにその一角を占める絵画の委譲目録の全体を概観すると、絵画作品の作者名が明示されているものは極めて少なく、主題(あるいは何を描いているかという画中モチーフの記述など)とサイズを列記しているに過ぎないものが圧倒的に多いことがわかる。それは、建造物の巨大さと多岐にわたる機能を有する建物内部の充実、荘厳化や装飾には、質的に優れた美術作品ばかりでは到底不十分であって、質的にはやや劣る数多の祈念画や風景や都市景観の連作、様々な版画類に至るまで、膨大な量を必要としたからであるとみられよう¹⁶。

もっともエスコリアル建造の開始から11年を経た1574年前後には、修道院部分と宮殿部の完成にともなって、その内部の絵画による荘麗化や装飾も本格的に開始される。1574年の委譲記録は、1571年11月、1572年4月、6月、11月、1574年4月の譲渡を一括し編纂しており¹⁷、とくに質的に選りすぐられた作品が対象となっている。おそらくそれは、上記の空間の装飾の中心を担うに足る作品が、選定された結果と見ることができ、実際、後述する通り設置場所がそれを裏づけてくれるように思われる。

1574年第1回目に委譲された絵画のうち、作者名のわかる主要作品に注目してみたい。

¹⁴ *Descripción del Escorial por Cassiano dal Pozzo (1626), edición, prólogo y notas por Enriqueta Harris y Gregorio de Andrés*, Anejo de Archivo Español de Arte, 1972, pp. 3-33, esp. p. 21, nota 50.

¹⁵ Fernando Checa, *op.cit.*, pp. 4-39. Fernando Checa, *FelipeII, Mecenas de las artes*, Madrid, 1992, p. 293.

¹⁶ *Ibid.*, p. 242. B. Bassegoda, *op.cit.*, pp. 23-27.

¹⁷ Julián Zarco Cuevas, *op.cit.*, p. 16.

まず最多はティツィアーノ作品で19点にのぼっている¹⁸。具体的には、そのうち現在もなおエスコリアルに所蔵されているものでは《聖ラウレンティウスの殉教》(図10)、《御公現(三王礼拝)》(図11)、《キリストの磔刑》(図21)、《最後の晩餐》(図8)、《聖マルガリータとドラゴン》のヴァージョン、《我に触れるな》、《庭での苦悩》、《ピラトのいるエッケ・ホモ》、《3人の天使のいるキリストの磔刑》の9点、のちに移され現在プラド美術館所蔵の作品では、父カール5世の遺贈による3点《ラ・グロリア(最後の審判)》(図22)、《エッケ・ホモ》(図18)、《悲しみのマリア》(図19)の他、《キリストの埋葬》(図12)、《庭での苦悩》の別ヴァージョン、《聖マルガリータとドラゴン》(図15)、《カルバリオへの道》、さらに現在ではスペイン国外にある《聖母子》(ミュンヘン、アルテ・ピナコテーク蔵)、《カエサルの銭(貢ぎの銭)》(ロンドン、ナショナル・ギャラリー蔵)、逸失した「悔恨のマグダラのマリア」の全19点である。

これに次ぐのは、小品だが水彩画《アイリス》を含むデューラーの10点¹⁹、ヒエロニムス・ボッスの《乾し草車の祭壇画》、《悦楽の園の祭壇画》(図3)、《七つの大罪》(いずれもプラド美術館蔵)を含む9点である²⁰。さらにロヒール・ファン・デル・ウェイデンの大作《十字架降架》(プラド美術館蔵)(図4)を含む4点²¹、ミカエル・コクシーの4点²²、パティニールの3点²³、クエンティン・マサイスの2点²⁴、さらに再びジュリオ・クローヴィオの4点²⁵、ラファエロ作とされる3点²⁶、その他レオナルド作とされる1点(図5)²⁷、セバスティアノー・

¹⁸ *Ibid.*, n.995-1012.

¹⁹ *Ibid.*, n.889-889bis. n.889は「2羽の鳥と様々な生き物を描いた小絵9点」と一括記載され、「ハンス・ホルバインに帰属」とサルコ・クエバスの但し書きがある。n.889bisは「紙に1本のアイリスが写し取られている」の記述で作者名は欠落しているが、デューラーの水彩画《アイリス》(エスコリアル蔵)と同一とする。

²⁰ *Ibid.*, n.837-845.

²¹ *Ibid.*, n.1027-1030. 作者名は‘MAESTRE ROGIER’, ‘masse Rogier’の表記。n.1027《十字架降下》(プラド美術館蔵)については、作品がハンガリーのマリアに由来し、ナバレーテによるグリザイユで描かれた翼画があると付記されている。n.1028《聖母マリアと聖ヨハネを伴うキリストの磔刑》(エスコリアル蔵)には作品がブリュッセルのカルトゥジオ会に由来し、セゴビアの森(パルド宮)にあったと記されている。n.1029「聖母マリア、聖ヨハネ、ニコデモを伴う第5の苦しみ」にはハンガリーのマリアの旧蔵品であったと付記されている。n.1030「聖ルカ」の以上4点。

²² *Ibid.*, n.879-881.

²³ *Ibid.*, n.963-964. 作者名‘Maestre Joachín’の表記で《悔恨の聖ヒエロニムス》(プラド美術館蔵)、《小さな十字架を持つ聖ヒエロニムス》の2点。

²⁴ *Ibid.*, n.886-887.《頭蓋骨の上に指を置く聖ヒエロニムス》とパティニールとの共作《聖アントニウスの誘惑》(プラド美術館蔵)。

²⁵ *Ibid.*, n.1517-1520. n.1517「ゴリアテを打ち負かすダヴィデ」、n.1518「聖母マリアと聖エリザベツと二人の幼児と聖ヨセフ」、n.1519「十字架降架」、n.1520「裸体の洗礼者聖ヨハネ」の4点。

²⁶ *Ibid.*, n.972-974. n.972《ゴリアテを打ち負かすダヴィデ》は今日ミカエル・コクシーの作とみなされている。n.973は「黄褐色のヴェールと青いマントを纏った聖母マリアの絵で、父カール5世の所蔵品であった」と注記されている。n.974「腕に幼児キリストを抱いた聖母マリアと洗礼者聖ヨハネ」は現在ラファエロの《天幕の聖母子》(ミュンヘン、アルテ・ピナコテーク蔵)と同一視されている。B. Bassegoda, *op.cit.*, pp. 23, 307. M. Belén Díez-Ordás Berciano, *op.cit.*, p. 145.

²⁷ Julián Zarco Cuevas, *op.cit.*, n.1026.「聖母と裸体の幼児キリストと聖ヨハネとヨセフ」これは《聖家族》(プラド美術館蔵)(図5)と同一視され、現在ではベルナルディーノ・ルイーニの作とみなされている。



図3 ヒエロニムス・ボッス《悦楽の園の祭壇画》(部分図) プラド美術館



図4 ロヒール・ファン・デル・ウェイデン《十字架降架》プラド美術館

デル・ピオンボの《十字架を担うキリスト》(エルミターージュ美術館蔵)を含む2点²⁸、ムツイ

²⁸ *Ibid.*, n.970-971. ピオンボの名は 'fray Sebastián', 'MAESTRE SEBASTIÁN' と表記。n.970 《十字架を担うキリスト》(エルミターージュ美術館蔵)のほか n.971 「聖母子と聖ヨハネと2人の天使」。



図5 ベルナルディーノ・ルイーニ《聖家族》プラド美術館

アーノの1点²⁹も知られる。スペイン画家ではナバレートの5点³⁰、およびサンチェス・コエリヨによるティツィアーノの模写ほか3点を含んでいる³¹。

まず1574年第1回の贈与目録の中心をなすティツィアーノの作品は、父カール5世、叔母のハンガリーのマリア、アラスの司教で枢機卿のグランベールらによって醸成されたハプスブルク宮廷のティツィアーノ芸術に対する造詣と愛着を、フェリペは彼らの美術遺産と共に継承したばかりでなく、さらに拡大・充実化して美術コレクションの中心に据えたことを明白に物語っている。それはエスコリアルにおける宗教画コレクションばかりでなく、マドリードの王宮や各地の邸館における肖像画、神話画、寓意画など他ジャンルにおいても同様であり、フェルナンド・チェカの言葉を借りれば、彼の壮麗な様式、ナラティヴな意味の幅広さ、効果と説得力に富んだ修辞性など、ティツィアーノ絵画の特質はスペイン君主にいかにも相応しいものであったからと言えよう³²。実際、フェリペのティツィアーノとの関係は1548年アウグスブルクでの会見、同年12月ミラノでの肖像画制作と、遙か青年時代に遡り

²⁹ *Ibid.*, n. 1290 《会堂長ヤイロの娘の蘇生》(エスコリアル蔵)

³⁰ *Ibid.*, n.890-894. このうち n.890 「聖母被昇天」と n.892 「聖フィリポ両手の十字架と書物によって偶像から悪魔を追い払う」には「1671年に消失」とサルコ・クエバスの注記がある。n.891は《聖ヤコブの殉教》(エスコリアル蔵)、n.893は《悔恨の聖ヒエロニムス》(エスコリアル蔵)、n.894は《キリストの洗礼》(エスコリアル蔵)、いずれもフェリペのために描かれた彼の最初の作品。

³¹ *Ibid.*, n.978 「ティツィアーノの『我に触れるな』の模写」、n.979 「セビーリヤの古の聖母マリアの写し」、n.1004 「ティツィアーノの『マグダラのマリア』の模写」。

³² Fernando Checa, *Tiziano y la Monarquía Hispánica*, Madrid, 1994, p. 18.

きわめて長期に渡ってもいる。

目録はさらに初期ネーデルラント絵画に対する幅広く強い関心を示しているのも明らかである。これもボッスを含むフランドル絵画の収集とフランドル人宮廷画家を重用した曾祖母のイサベル女王、祖父のブルゴーニュ公フィリップ美公（フェリペ1世）、父カール5世、ハンガリーのマリアらに遡る、歴代のスペイン王家のパトロネージを継承しつつ充実化したものと言える³³。

加えてロマネストのミカエル・コクシーや、セバスティアノー・デル・ピオンボ、フェルナンド・ナバレテらの作品は、思うに、深い宗教感情と英雄的なモニュメンタリティの融合という点において共通しており、フェリペの標榜するカトリック改革の精神を表象するに相応しいものとみなされたと想像すべきであろう。

第2章 1574年の委譲絵画の設置場所（図6、図7）

ではこれら作品の設置場所はどうかであったのだろうか。74年の目録そのものから分かるのは次の2点に過ぎないが、一つの重要な事実を伝えていると思われる。

- 1) ティツィアーノの作品《聖ラウレンティウスの殉教》（図10）について、目録は「臨時聖堂（la iglesia de prestado）の主祭壇の衝立に使われている」と記している³⁴。
- 2) ティツィアーノの《最後の晩餐》（エスコリアル蔵）（図8）について、「（修道院の）食堂にある」と記している³⁵。

これらは、委譲目録の作成時に、絵画は臨時聖堂の主祭壇や修道院食堂にすでに設置されていたことを示すものだろう（図6参照）。したがって委譲される作品は、このようにあらかじめ具体的な設置場所が想定されて引き渡しが行われ、絵画の贈与目録は、おそらく作品が所定の位置に設置された後に作成された可能性が浮かび上がる。

さらにもう一つ当時の設置場所の特定に有用な資料がある。オリジナルの手稿そのものに、贈与目録と同じ筆跡によって21箇所に欄外註が書き込まれ、該当する作品の設置場所が記されているのが知られる³⁶。上記の2件と欄外註に基づき、1574年の絵画委譲で設置場所の

³³ Isabel Mateo Gómez, 'Felipe II y la Pintura Flamenca', en *Felipe II y el arte de su tiempo*, Madrid, 1998, pp. 315-30.

³⁴ *Ibid.*, n.995. 'Un lienzo grande del Martirio de sant Lorenzo, de noche ; de mano de TIZIANO, ... que sirue de retablo en el altar mayor de la dicha Iglesia [de prestado].'

³⁵ *Ibid.*, n.1011. 'un lienzo grande en que está pintada la *Cena del Señor*, de mano de Tiziano ... ; está en el refitorio.'

³⁶ B. Bassegoda, *op.cit.*, pp. 22-24, nota 9. しかし近年この欄外註は1574年の委譲目録と同時期に記されたものではなく、のちに加筆されたもので、1587年に行われることになる改装を前に、設置の構想あるいは指示として加筆された可能性が提起されている。論拠として、欄外註に74年の建造段階で

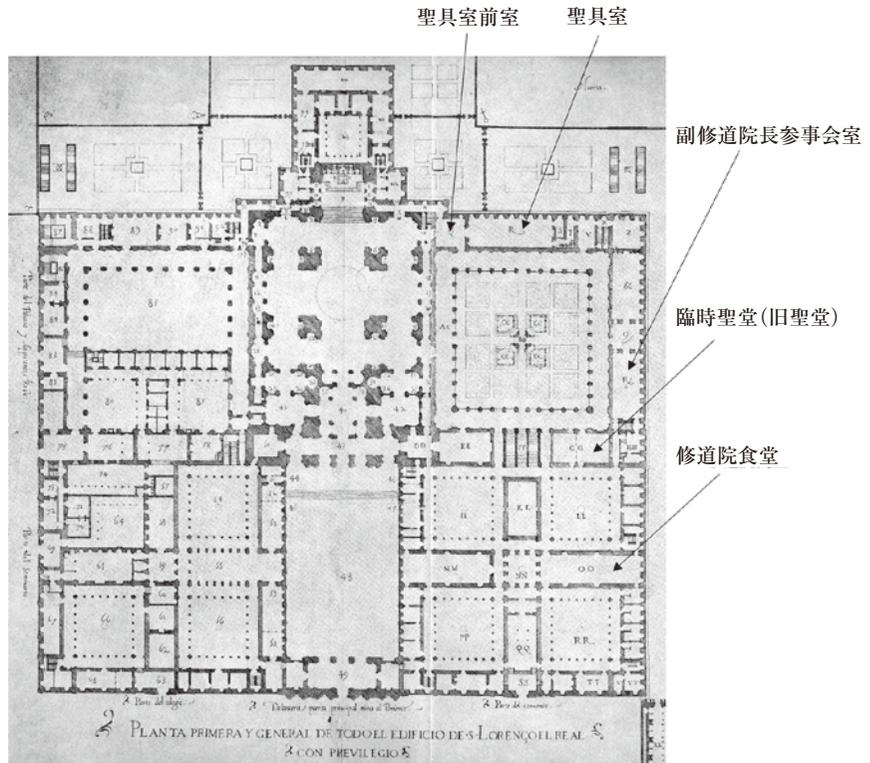


図6 エル・エスコリアル修道院地階平面図（建築版画集《第1図》の部分図） 図の上方は東

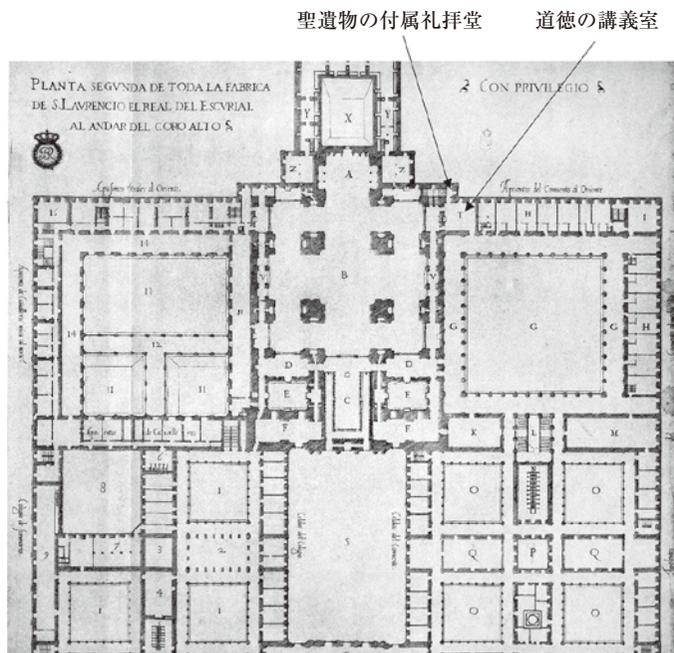


図7 エル・エスコリアル修道院上階平面図（建築版画集《第2図》の部分図）



図8 ティツィアーノ《最後の晩餐》エル・エスコリアル修道院

特定しうる作品とその場所は以下の通りである。

- (I) 臨時聖堂 (la iglesia de prestado)/旧聖堂 (la iglesia vieja) (図9) に設置された作品
ティツィアーノの作品《聖ラウレンティウスの殉教》(図10) は、臨時聖堂内の北側の中



図9 臨時聖堂 (旧聖堂) 内部

は設置困難とみられる場所があること、また欄外註では74年当時慣用的に使われていたのとは異なった呼称で設置場所を特定している事例があると指摘されている。M. Belén Díez-Ordás Berciano, *op.cit.*, pp. 146-151. この議論は竣工以前のエスコリアル錯綜した状況を浮き彫りにしてくれるように思われるが、竣工後、最終的にはフェリペの意図する然るべき場所に設置されたとするのならば、欄外註は厳密に74年当時の記述でないとしても、設置場所の記述はフェリペの意図を反映したものと捉えてよいと考える。なお1930年のサルコ・クエバスは欄外註の存在に触れていない。



図10 ティツィアーノ《聖ラウレンティウスの殉教》エル・エスコリアル修道院

央に設置されたイタリアのパーラ形式の祭壇衝立に収められ、その両側に同じく彼の《御公現（三王礼拝）》（図11）と《キリストの埋葬》（図12）がそれぞれ独立した衝立に収められて設置されていた³⁷。

この部屋は、修道院地階の大回廊の南西の角を占め、大階段（Escalera principal）を挟んでその南側に位置し、南北約30メートル、東西約10メートルの矩形の部屋である（図6参照）。この部屋は1565年に建設が始まり1571年6月に竣工記念の祈祷が行われた場所で、1585年に聖堂（Basílica）にその役割を譲るまで、エスコリアルの宗教儀礼の中心となる礼拝堂と位置付けられたきわめて重要な場所である³⁸。聖堂（Basílica）に機能が移転する前後から今日に至るまで「旧聖堂」という呼称が使われている。

前述した通り、そもそもエスコリアル建設の究極の目的の一つが、父神聖ローマ皇帝カール5世（スペイン国王カルロス1世）に始まるスペイン・ハプスブルク王家の一族の墓廟を

³⁷ シゲエンサによれば、中央の向かって右側に《キリストの埋葬》が、左側に《御公現（三王礼拝）》が設置されていた。Fray José de Sigüenza, *op.cit.*, pp. 323-24.

³⁸ Agustín Bustamante García, *La Octava Maravilla del Mundo (Estudio Histórico sobre El Escorial de Felipe II)*, Madrid, 1994, pp. 101-112, 195. Juan de San Jerónimo, *Memorias de Fray Juan de San Geronimo*, Madrid, 1845 (ed. 1984), pp. 69-70 (13 de junio del dicho año [1571]).



図11 ティツィアーノ《御公現（三王礼拝）》エル・エスコリアル修道院



図12 ティツィアーノ《キリストの埋葬》プラド美術館

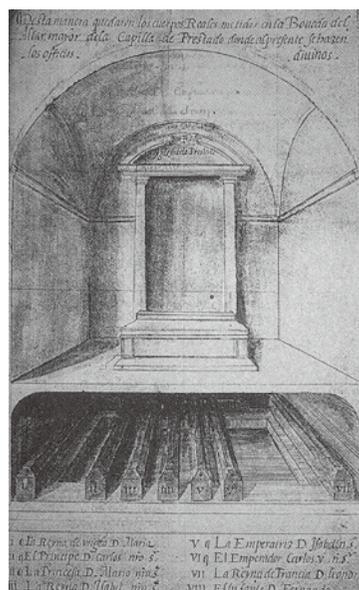


図13 地下納骨所における王家一族の遺骸仮埋葬の図(修道士ファン・デ・サン・ヘロニモ『手記』の挿図)

建設して、死後の魂の安寧を祈願し、王家の栄光を永遠に顕彰することにあつたからには、聖堂に先駆する臨時聖堂の意義は、言うまでもなくきわめて大きい。実際、1573年以降1583年まで王家一族の遺骸が各地から漸次移送されてエスコリアルに到来し、盛大なセレモニーのもと、主祭壇下に設けられた地下納骨所 (boveda) に埋葬された。ことに1574年

2 月には父カール 5 世と母の皇妃イサベル、叔母である皇妃ハンガリーの MARIA、妹であるポルトガル王妃ファナ、フランスのフランソワ 1 世妃レオノールら、スペイン・ハプスブルク家の主要メンバーの遺骸がエスコリアルに到来し、もっとも壮麗な埋葬式が挙行されたのち遺骸の安置が行われた³⁹ (図 13)。

こうした本来墓所としての機能を帯びていた臨時聖堂 (旧聖堂) に、上記の絵画 3 点が祭壇画として選定され設置された理由は、私見では次のように考えられよう。まず《聖ラウレンティウスの殉教》(図 10) を中央の主祭壇に設置することによって、古代末期のスペイン出身の聖人でエスコリアル守護聖人の殉教という主題を通じて、スペインにおけるキリスト教信仰のきわめて長い歴史を顕彰するとともに、スペイン・ハプスブルク家の庇護のもとカトリック信仰の興隆を祈念するという意図を有したのであろう。また《キリストの埋葬》(図 12) には王家の墓廟という観念が重ねられ、《御公現 (三王礼拝)》(図 11) には、カトリック王 = キリスト教の騎士によるカトリック信仰の護持という観念が重ねられていたと考えられる。そしてこれらの作品は、おそらく 1574 年 2 月のカール 5 世らの埋葬式が挙行される前に設置され、荘麗化が施されていたことだろう。

この旧聖堂は 17 世紀後半にフェリペ 4 世のもとベラスケスによって大規模な改装が行われ、新たに 32 点もの絵画が追加設置されるまで、この 3 点のみで飾られていたとみられる⁴⁰。

(II) 聖具室と聖具室前室に設置された作品

聖具室前室は、地階の修道院大回廊の北東の角に位置する約 7 メートル四方の部屋で、大回廊には西側扉で繋がっており、南側扉で聖具室に接続し、北側扉から聖堂へ通じ、さらに東側扉で聖堂の聖遺物祭壇裏面にある通路から国王の私室エリアへと繋がっている (図 6 参照)。王族と高位聖職者の使用する修道院内の交通の要衝とも言えるこの重要な空間は、ヴォールトや扉上の壁面にグロテスク模様と擬人像、ストッコ装飾と色とりどりの貴石を模したフレスコ画できらびやかに装飾されている (図 14)。目録の欄外註によれば、ここにはティツィアーノの《聖マルガリータとドラゴン》(プラド美術館蔵) (図 15) が設置され、のちにシグエンサはこれを絶賛している⁴¹。

一方、聖具室は大回廊の東側に大きなスペースを占め、南北約 30 メートル、東西約 9 メー

³⁹ Juan de San Jerónimo, *op.cit.*, pp. 90-118.

⁴⁰ Fray José de Sigüenza, *op.cit.*, pp. 323-24. B. Bassegoda, *op.cit.*, p. 194.

⁴¹ この作品は皇太子時代のフェリペの委託によって描かれ、1553 年の彼の財産目録に記載されている作品と同一視される。Fernando Checa, *Tiziano y la Monarquía Hispánica*, Madrid, 1994, pp. 248-49. Fray José de Sigüenza, *op.cit.*, pp. 528-29.



図14 聖具室前室内部



図15 ティツィアーノ《聖マルガリータとドラゴン》プラド美術館

トルの明るく広々とした部屋である（図6参照）。ヴォールトはストック装飾と色とりどりの貴石を模したフレスコ画で覆われ、エスコリアル全体の中でもっとも壮観な空間の一つと言える（図16）。

欄外註によれば、聖具室にも複数の画家の手になる絵画が選定された。まず聖具室の祭壇画という、1574年当時のエスコリアルにおいては臨時聖堂（旧聖堂）に次いで格式ある場を占める作品として選ばれたのは、欄外註によればロヒール・ファン・デル・ウェイデンの「カルバリオ」であり、《聖母マリアと聖ヨハネを伴うキリストの磔刑》（図17）と同一視される⁴²。これは初期ネーデルランド絵画、とくにローヒルという巨匠の手になる後期ゴシックのバセティックな宗教感情をみなぎらせたモニュメンタルな祈念画である。

さらにティツィアーノの3点《聖母子》（ミュンヘン、アルテ・ピナコテーク蔵）と、《エッケ・ホモ》（図18）と《悲しみの聖母》（図19）もここに設置された。

《エッケ・ホモ》（図18）は、1548年アウグスブルクにおいてティツィアーノからカール5世に献上された作品で、晩年ユステの修道院において彼の寝室を飾った愛蔵品であったと知られる。《悲しみの聖母》（図19）はその対作品としてカールの委託により描かれ、ともにユステから最終的にエスコリアルに移されたものである⁴³。私見では、両作品ともにパセ

⁴² B. Bassegoda, *op.cit.*, pp. 22-24, nota 9., pp. 331-32. 1992年F. チェカは聖具室の祭壇画として設置されたのは《十字架降架》（プラド美術館蔵）（図4）であったとみなしている。Fernando Checa, *Felipe II, Mecenas de las artes*, Madrid, 1992, p. 243. しかし欄外註の「カルバリオ」の語に加えて、シグエンサは作者名を明示していないものの聖具室の祭壇に「古い磔刑図 crucifijo antiguo」を目撃していることが傍証となって、この磔刑図に同一視される。Fray José de Sigüenza, *op.cit.*, p. 495. *Felipe II. Un Príncipe del Renacimiento*, (Catálogo de exposición) Madrid, 1998, pp. 350-53. 初期ネーデルランド絵画の専門家たちも、この磔刑図に同一視している。Isabel Mateo Gómez, *op.cit.*, p. 318.

⁴³ *Tiziano*, (Catálogo del Museo del Prado), Madrid, 2003, pp. 224-29.



図16 聖具室内部

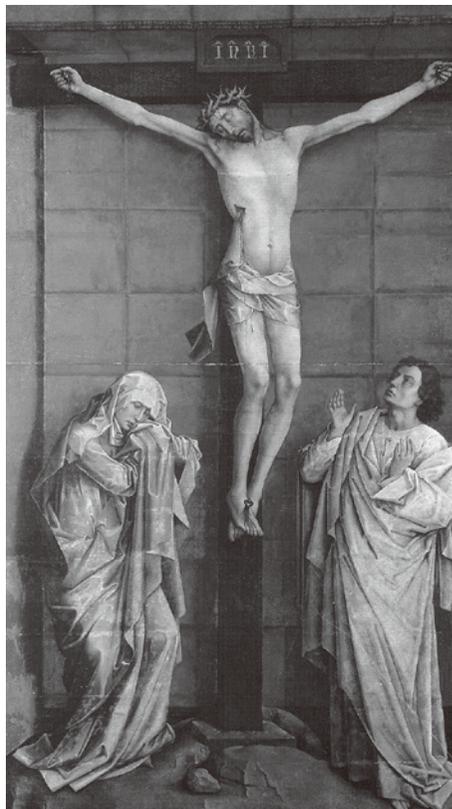


図17 ロヒール・ファン・デル・ウェイデン《キリストの磔刑》エル・エスコリアル修道院

ティックな宗教感情の横溢した祈念画であるところは、様式は異なるにせよロヒールの手になる祭壇画とよく合致していると思われる。ただしティツィアーノのこの2作品は、それぞれ縦およそ70センチ、横およそ60センチに過ぎない小品と言ってよいもので、聖具室の広大な空間にこれらがどのように適応していたのかは、想像を超える。いずれにせよ父カール5世の愛蔵品として継承したものに最もふさわしい場として、聖具室が選ばれたのは間違いなからう。

これらの他に、ラファエロの作とされていた《ゴリアテを打ち負かすダヴィデ》(図20)(現在はミカエル・コクシーに帰属)もここに設置された。したがって聖具室と聖具室前室のこの2室には、ロヒール・ファン・デル・ウェイデン、ラファエロ、そしてティツィアーノと、動産絵画のうちでも初期ネーデルランドとイタリアの宗教画家の双璧を中核とした装飾を目指したと言えるかも知れない。

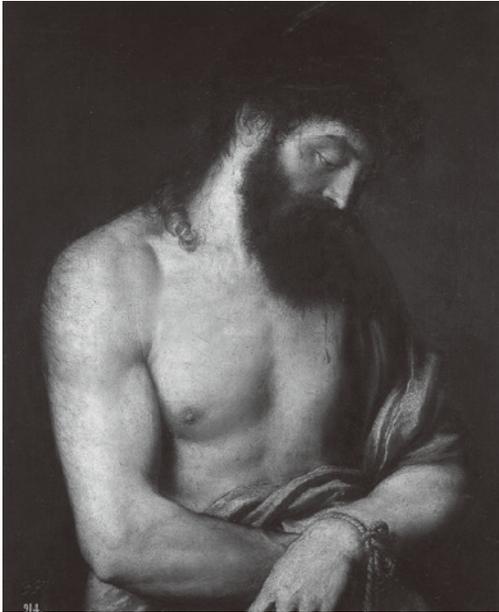


図18 ティツィアーノ《エッケ・ホモ》ブラド美術館



図19 ティツィアーノ《悲しみの聖母》ブラド美術館

(III) その他の作品の設置場所

聖具室に連結した前述の聖具室前室から、聖堂の内陣に至る聖遺物祭壇裏面の通路に設置されていたのは、欄外註によればティツィアーノの《キリストの磔刑》(図21)である。《聖マルガリータとドラゴン》(図15)と同様、聖堂内陣と国王の私室に繋がる修道院内の交通の要衝として格式高い場所を飾るにふさわしい作品として選定されたとみるべきだろう。

さらに聖具室前室の上階にあたる場所に位置する「道德の講義室 (Aura de Moral)」(図7参照)に、ティツィアーノの高名な大作《ラ・グロリア》(図22)は設置されていた。

この部屋は8.8メートル四方の空間で、修練生たちを除く正式の修道士のみを対象に、書き方の指導あるいは聖書釈義の講義が行われる部屋として「書き方の講義室 (aula de escritura)」あるいは「修道院の講義室 (aula de convento)」とも呼ばれていた。北側壁面の中央には祭壇、反対側の南側壁中央には修道院長席が設けられ、東側壁の中央には講義の担当者が占める教壇に相当する説教壇があって、これに隣接する扉は、先述した「聖遺物の付属礼拝堂 (camarín de las reliquias)」あるいは「聖女テレサの付属礼拝堂 (camarín de Santa Teresa)」と称される東側の小部屋に繋がっている⁴⁴。他方、北側扉を介しては聖堂に連結し、通路によって聖堂上階の西側にある主聖歌隊席 (Coro alto/ coro principal alto) に至るといふ、

⁴⁴ B. Bassegoda, *op.cit.* pp. 135-46.



図20 ミカエル・コクシー《ゴリアテを打ち負かすダヴィデ》エル・エスコリアル修道院

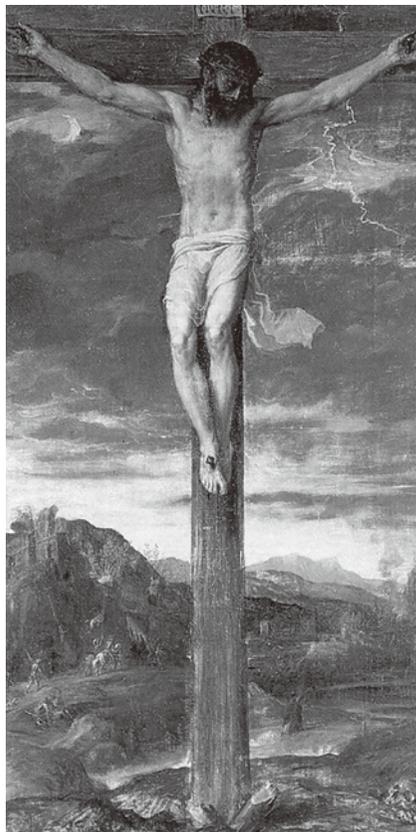


図21 ティツィアーノ《キリストの磔刑》エル・エスコリアル修道院

上階において修道院と聖堂の結節点となるきわめて重要な空間であると言える。

《ラ・グロリア》(図22)は、父カール5世の最後にティツィアーノに描かせたもっとも重要な作品で、1551年にアウグスブルクで委託し完成後ブリュッセルに送られ、カールとともにユステの修道院に運ばれた。ユステの修道院聖堂の主祭壇画として飾られていたが、1566年すでにエスコリアルへ移送されたとされる⁴⁵。カール5世の遺贈によるこの作品は、天上の聖三位一体と聖母マリアのもと、画面右上で復活を象徴する棕櫚の枝を抱えた天使たちに伴われ、裸足で屍衣に身を包み、恭しく跪拝し懇願するハプスブルク家の王族たちを描いている(図23)。画中のカール5世は全身像で足元に王冠を携え、すでに他界していた皇妃イサベルを伴っている。そのわずか下方には息子のフェリペ2世と娘のポルトガル王妃フアナ、カールの姉妹であるフランス王妃レオノールとハンガリーのマリアの姿を描き込んで

⁴⁵ Fernando Checa, *op.cit.*, 1994, pp. 60-66.



図22 ティツィアーノ《ラ・グロリア》プラド美術館



図23 《ラ・グロリア》部分図

おり、カール5世を筆頭にハプスブルク家一族のカトリック信仰に対する深い崇敬を顕わしつつ、魂の安寧、永遠の救済を祈願しているのである⁴⁶。このような主題内容を考慮するなら、私見では、この作品は臨時聖堂（旧聖堂）の主祭壇画に相応しいものとも思われる。しかしここにはエスコリアル守護聖人の顕彰という観念が決定的に不足していると言わねばならない。他方、《ラ・グロリア》における上記のような主題内容は、これも私見ではあるが、聖堂内陣において、主祭壇を挟む両側壁の上階に設置されているポンペオ・レオーニの手になる王家一族の跪拝する群像彫刻（図24）に匹敵するように思われる。レオーニによる聖堂内陣の群像彫刻がフォーマルかつオフィシャルなカトリックへの崇敬と救済祈願であるとすれば、同じく聖堂に近接する上階の「道德の講義室」に設置された《ラ・グロリア》は、いくぶんプライベートで痛切でもある崇敬と救済祈願を、情感を持って描き出したと捉えうる作品と言える。そうであるとすれば、こうした主題内容と設置空間の近接性と対照性は、意図して構想されたものだった可能性もありえよう。

最後に、目録の欄外註から、「副修道院長の参事会室（Capítulo del vicario）」（図6参照）に設置されていたと判明している3点に触れておきたい⁴⁷。副修道院長の参事会室は、地階

⁴⁶ Tiziano, (Catálogo del Museo del Prado), Madrid, 2003, pp. 220-23. Fray José de Sigüenza, *op. cit.*, p. 528.

⁴⁷ B. Bassegoda, *op. cit.*, pp. 23-24, nota 9.



図24 ポンベオ・レオーニ《フェリペ2世とその家族の埋葬礼拝像》エル・エスコリアル聖堂内陣



図25 副修道院長参事会室内部

大回廊の南面の西寄りに設置された東西22メートル南北8メートルの広々とした空間で、修道院長の参事会室に前室を介して連結し、ヴォールトとリュネットにはニコロ・グラネッロとファブリツィオ・カステッロによってグロテスク装飾や擬人像で華やかに装飾されている(図25)。ここにはサンチェス・コエリョによるティツィアーノの《我に触れるな》の模



図26 ヒエロニムス・ボッス《カルヴァリオへの道》エル・エスコリアル修道院

写（エスコリアル蔵）と、ヒエロニムス・ボッスの《カルヴァリオへの道》（図26）、ムツイアーノの《会堂長ヤイロの娘の蘇生》（エスコリアル蔵）が設置されていた。このリストからは、模写であれティツィアーノ作品が重用されていること、1574年の絵画委譲で9点にも上ったヒエロニムス・ボッスの作品がここで初めて登場し、参事会室という修道院内の重要な空間の装飾にも活用されていたこと、そして3点の主題に統一した宗教的理念がとく認められないこと、さらに初期ネーデルランド絵画と16世紀イタリア派絵画の混在した装飾が行われていたことなどが、指摘できよう。

おわりに

本稿は、フェリペ2世による1563年から1574年第1回のエスコリアルへの動産絵画の委譲について論じた。9回にわたる一連の絵画委譲の初期段階に当たるが、聖堂を除くエスコリアルのもっとも重要な空間の中核となる傑出した作品を問題とした。1575年の第2回の絵画委譲は、作品数は極めて多いが目ぼしいものはほとんどない。1577年の第3回贈与の筆頭はフィレンツェ大公からフェリペに送られたベンヴェヌート・チェリーニによる大理

石彫刻《磔刑のキリスト》(エスコリアル蔵)で、絵画委譲の点数は第2回に続いて多いものの、修道院上階の回廊を飾るナバレーテの4点のほかに見るべきものは少ない。しかしながら1584年の第4回以降、ふたたび検討を要する絵画委譲の記録が続くことになる。

聖堂内の主祭壇あるいは諸祭壇のために制作されながら設置を見送られたこれらの諸作品やフェリペ最晩年の絵画委譲については、今後検討を進めてゆきたい。

Painting Donations of Felipe II to the Monastery of San Lorenzo de El Escorial from 1563 to 1574

Michiko MATSUI

Felipe II started to construct the Monastery of San Lorenzo de El Escorial in 1563 and gradually he began to donate art works. Some donations to the monastery under construction are worthy of our attention.

Inventory of the painting donation of 1566 includes a miniature painted by the hands of Giulio Clovio, *the Holy family with saints Elizabeth and John*. It originally belonged to the Emperor Carlos V, father of Felipe II. We could say that the miniature was such an important heritage of Carlos V, the founder of the Spanish Hapsburg, that it was donated to the monastery in very early days.

In the inventory of the donation of 1574, nineteen paintings by the hand of Titian are remarkable. We find that Felipe II inherited profound understanding of Titian's art from the artistic environment of the Hapsburg court, namely from his aunt Mary of Hungary, Carlos V and Cardinal Granvelle. He expanded and improved the collection of paintings by Titian for the monastery.

Moreover, the inventory of 1574 reveals Felipe's great concern for the early Flemish painters; Rogier van der Weyden, Hieronymus Bosch, Joachim Patinir and so on. He inherited deep affections for those Flemish paintings from his ancestors, such as his great-grandmother Isabel la Católica, his grandfather Duke of Burgundy Felipe el hermoso, Mary of Hungary and Carlos V.

In the inventory of 1574, we can find the following descriptions :

- 1) *'Un lienzo grande del Martyrio de sant Lorenzo, de noche ; de mano de TIZIANO, ... que sirue de retablo en el altar mayor de la dicha Iglesia [de prestado].'*
- 2) *'un lienzo grande en que está pintada la Cena del Señor, de mano de Tiziano ... ; está en el refitorio.'*

We could notice that both paintings were already set up in the church and in the refectory, before the inventory was written. Therefore, we could recognize that the location plan of paintings was probably determined in advance in many cases before the donations.

La Gloria, Titian's great masterpiece, was commissioned by Carlos V in 1550-51 and donated

by Felipe II to the monastery in 1574. It was installed in the room named 'Aura de Moral' which occupied a crucial site, located in upper story of the monastery and connected to the Royal Basilica. In *La Gloria*, to the left of the Trinity, on the viewer's right, angels with palms accompany members of the imperial family who are barefoot and wrapped in shrouds, posed in supplicating attitudes. We recognize here *La Gloria* depicts the emperor's hopes for eternal salvation with his family, and it reminds us of the *Entierros* (the gilded bronze funerary monuments) by Pompeo Leoni located in upper story of the chancel in the Royal Basilica. We could say that the 'Aura de Moral' would be selected as the most appropriate site for *La Gloria*.

散逸連続体の量子論

高 橋 光 一

有限自由度（位相空間で自由度が2または4）の散逸モデルとしてよく知られているものに Bateman 系がある。Bateman 系は、非0質量の調和振動子が速度に比例する摩擦力を受けて運動する力学系で、ハミルトニアンが存在する散逸系の1つである。標準的な正準量子化法に基づいて古典 Bateman 系を量子化することはできるが、そこには真空の不安定や不確定性原理との矛盾という問題が内在することが昔から知られていた。ところが、この系を0質量の2つの散逸系の組み合わせとみなすことにより、量子論の基本原則である真空の安定性および Heisenberg の不確定性原理に矛盾しない量子化が可能になることが最近になって明らかになった。しかし、量子化された Bateman 系と正しく対応する現実の量子散逸系が存在するか否かはまた別の問題である。本稿では、自由度を無限大にした場の量子論が可能であること、それが観測可能な粘弾性体を表すこと、そのときハミルトニアンの存在と結びついた特徴的な現象が曲がった空間のホロノミーに関する Berry の定理の帰結として現れること、また、散逸に付随する量子 = 散逸子の存在が予想されることを論じる。

重要語句：散逸と拡散、減衰調和振動子、Bateman 系、時間反転共役、量子化、不確定性原理、粘弾性、ホロノミー、Berry の定理、スクイーズド状態

1. Bateman 連続体

散逸とは、対象とする系のエネルギーが減少する一方の現象をいう。日常あるいは自然界にありふれた現象で、例えば、放置された振り子の振れが次第に小さくなるのはエネルギーの散逸が起きているからと、我々は一々確かめることなく考える。根拠はエントロピー増大の原理にある（高橋 2019）。エントロピー増大の原理は、いわば起りやすいことが起きるということを述べているに過ぎず、古典論・量子論に関係なく成立しなければならない。この点で真っ先に成功したのが古典論での熱力学や統計力学であり、最も一般的な理論体系の構築に成功している。しかし、量子論では足踏み状態が続いている。教科書にある量子論は、物理法則が時間的に不変であることを体現するハミルトニアンという演算子が存在し、かつ

この演算子が系のエネルギーを表すことを前提としているのがその理由である。

上記の問題について、Bateman 質点系の枠組みの中で最近幾ばくかの進展が見られた (高橋 2019)。その成果に基づき、本論文では Bateman 連続体を考察の対象とする。それは以下のようなものである。伸び縮みする物体があって、その変形が物体内部に力—応力—を生むとする。図 1 にその概念を表している。物体は部分 A, B, C という部分からなり、かつ変形はある方向に沿って起きていて、B の矢印部分が A では伸び C では縮んだとする。この変形による A と B, B と C のずれが隣接部分に相互に力を及ぼしているというモデルが Bateman 連続体である。Bateman 質点系と異なり、現実の系を直接的に表すと考えられる。

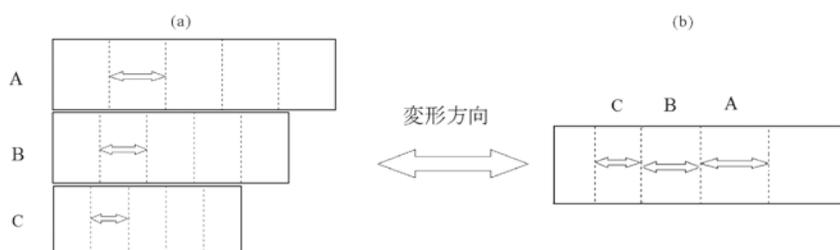


図 1. Bateman 連続体の変形概念図。隣接する A と B, B と C で変形の程度に差がある。この差が弾性力と摩擦力を生む。(a) は変形方向とその勾配が直交している場合。(便宜上, A と B, B と C の間に隙間をおいて図示している。) (b) は変形方向とその勾配が平行の場合。

そのような系を念頭に置いて、次のラグランジュアンを考える¹：

$$L = \int d\mathbf{r} \left(m\dot{\xi} + \frac{\gamma}{2} (\nabla\eta \cdot \nabla\xi - \nabla\eta \cdot \nabla\xi) - \kappa \nabla\eta \cdot \nabla\xi \right) \equiv \int d\mathbf{r} \mathcal{L} \quad (1.1)$$

$\xi(\mathbf{r}, t)$ は図 1 の連続体の変形—平衡位置からのずれ—を表す変数, $\eta(\mathbf{r}, t)$ は Lagrange 乗数, m は質量密度, γ は散逸定数, κ は弾性定数である。空間座標に関する勾配 ∇ は、変形による力が隣接部分の変形の差によることを反映して、物体の平行移動に関し運動法則不変であることを保証している。このラグランジュアンは Takahashi (2019) が提案し、いくつかの興味深い帰結をもたらした。その概略は Takahashi (2018c) を見られたい。

散逸が無い場合の任意次元等方物体に対する標準形 (例えばキッテル 1972 を見よ)

$$L' = \int d\mathbf{r} \left(\frac{m}{2} \dot{\mathbf{R}}^2 - \frac{\alpha}{2} (\nabla \cdot \mathbf{R})^2 - \frac{\beta}{2} (\nabla \mathbf{R})^2 \right) \quad (1.2)$$

¹ 0 質量の散逸モデル、すなわち (1.1) や (1.4) で $m=0$ かつ γ に比例する項に空間微分がないモデルは Takahashi (2017) によって考察された。そこでは、古典論では η は非物理的なので、 η を 1 次で含むハミルトニアン期待値は 0 になることを物理的状態の条件とした。本稿ではこの条件を物理要件からはずす。

と比べると、(1.1) の特殊性がよく分かるであろう。標準的なモデル (1.2) から得られるハミルトニアンは運動エネルギーとポテンシャルエネルギーの和で正定値である。しかも時間に関して並進不変である。しかし、散逸項を入れることはできず、散逸を取り入れたハミルトニアンも存在しない。(1.1) では事情は異なる。実際、(1.1) の正準ハミルトニアンは存在して²

$$H = \int d\mathbf{r} \left(\frac{1}{m} \left(p_\xi - \frac{\gamma}{2} \nabla^2 \eta \right) \left(p_\eta + \frac{\gamma}{2} \nabla^2 \xi \right) + \kappa \nabla \eta \cdot \nabla \xi \right) \equiv \int d\mathbf{r} \mathcal{H} \quad (1.3a)$$

$$p_\xi = m\dot{\eta} + \gamma \nabla^2 \eta / 2, \quad p_\eta = m\dot{\xi} - \gamma \nabla^2 \xi / 2 \quad (1.3b)$$

である。 p_ξ と p_η はそれぞれ ξ と η の共役運動量である。運動方程式は

$$m\ddot{\xi}(\mathbf{r}, t) - \gamma \nabla^2 \dot{\xi}(\mathbf{r}, t) - \kappa \nabla^2 \xi(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (1.4a)$$

$$m\ddot{\eta}(\mathbf{r}, t) + \gamma \nabla^2 \dot{\eta}(\mathbf{r}, t) - \kappa \nabla^2 \eta(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (1.4b)$$

となる。時間とともに ξ は指数関数的に減衰し、 η は増大する。実在する減衰弾性体の変形を記述するのは古典論では ξ である。 η に対応する古典的物理量は存在しない。Feshbach & Tikochinsky (1977), Celeghini et al. (1992), Dekker (1981) らの古い見方では、ハミルトニアン (1.3a) を保存するエネルギーと考える。そして、着目している現実の系がエネルギーを減らすのだから、減った分は“環境”に流れ出ることによって全体のエネルギーを一定にしなければならぬとする。 η をその環境を代表する変数と解釈する。しかし、この解釈は成り立たない。散逸がなければ η も調和振動するのだから調和振動子である。これが指数関数的にその絶対値を増大させれば、力学エネルギーも指数関数的に増大するはずである。これは始めの仮定に反する。

$\xi(\mathbf{r}, t)$ と $\eta(\mathbf{r}, t)$ を波数ベクトル \mathbf{k} のモードで Fourier 分解する。

$$\xi(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\mathbf{k}} \xi_{\mathbf{k}}(t) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}, \quad \eta(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\mathbf{k}} \eta_{\mathbf{k}}(t) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \quad (1.5)$$

すると $\mathbf{k} \neq 0$ に対し (1.4) は次のように表される：

² ちなみに、エネルギー運動量テンソル密度は以下で与えられる (例えば Bjorken & Drell 1965) :

$$T_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu} \mathcal{L} + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial \xi / \partial x_\mu)} \frac{\partial \xi}{\partial x^\nu} + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial \eta / \partial x_\mu)} \frac{\partial \eta}{\partial x^\nu}$$

各成分は、00 成分 T_{00} では全微分項を残して

$$T_{00} = \mathcal{H} - (\gamma/2) \nabla \cdot (\dot{\eta} \nabla \xi - \nabla \eta \dot{\xi})$$

$$T_{0i} = T_{i0} = m(\dot{\eta} \partial_i \xi + \partial_i \eta \dot{\xi}) + (\gamma/2) (\nabla^2 \eta \partial_i \xi - \partial_i \eta \nabla^2 \xi)$$

$$T_{ij} = -\gamma (\partial_i \eta \partial_j \dot{\xi} - \partial_i \dot{\eta} \partial_j \xi) - \kappa (\partial_i \eta \partial_j \xi + \partial_j \eta \partial_i \xi)$$

$$m\ddot{\xi}_k + \gamma_k \dot{\xi}_k + \kappa_k \xi_k = 0 \quad (1.6a)$$

$$m\ddot{\eta}_k - \gamma_k \dot{\eta}_k + \kappa_k \eta_k = 0 \quad (1.6b)$$

ここで $\gamma_k \equiv \gamma k^2$, $\kappa_k \equiv \kappa k^2$ である。これは有限質量 Bateman 系 (Bateman 1931, 高橋 2019) にはかならない。したがって Bateman 系の量子化の方法が直接適用できるのである。

$$w_k \equiv \frac{4m\kappa_k}{\gamma_k^2} = \frac{4m\kappa}{\gamma^2 k^2}$$

という量を定義すると, $w_k < 1$ が過減衰, 1 が臨界減衰, > 1 が過少減衰である (高橋 2019)。 $k = |\mathbf{k}|$ を変えることで, これら 3 つの領域間を移動できるのがこの連続体モデルの最大の特徴である。

ハミルトニアンを

$$H_B[\xi, \eta] = \sum_k (m\dot{\eta}_k \dot{\xi}_k + \kappa_k \eta_k \xi_k) \equiv \sum_k H_B[\xi_k, \eta_k] \quad (1.7)$$

のように, 波数ベクトル \mathbf{k} に関する和の形に書いておく。ここで, $\dot{\xi}_k = \dot{\xi}_k(\Pi_k^\eta, \xi_k)$ と $\dot{\eta}_k = \dot{\eta}_k(\Pi_k^\xi, \eta_k)$ は共役運動量と

$$\Pi_k^\xi = m\dot{\eta}_k - \gamma_k \eta_k / 2, \quad \Pi_k^\eta = m\dot{\xi}_k + \gamma_k \xi_k / 2 \quad (1.8)$$

によって関係づけられている。

(1.6) の解は $\xi_k \sim e^{-\lambda t}$, $\eta_k \sim e^{\lambda t}$ の形に書ける。すると, 解は次の 1 階微分方程式を満たす 2 組存在する:

$$\dot{\xi}_{i,k} + \lambda_{i,k} \xi_{i,k} = 0, \quad \dot{\eta}_{i,k} - \lambda_{i,k} \eta_{i,k} = 0, \quad (i=1, 2) \quad (1.9a)$$

$$\lambda_{1,k} = \frac{\gamma_k}{2m} (1 + \sqrt{1 - w_k}), \quad \lambda_{2,k} = \frac{\gamma_k}{2m} (1 - \sqrt{1 - w_k}) \quad (1.9b)$$

過少減衰のときは $\lambda_{i,k}$ は複素数になり, ξ_k の減衰振動を表す。他方, η_k はその振幅が指数関数的に増大する。したがって, 純粋な散逸系に関する限り η_k は観測量に直接対応する物理的座標にはなりそうもない。我々は (1.3a) あるいは (1.7) をエネルギーと同一視せず, 異なった道を進む (高橋 2019)。

2. 量子化の準備

有限質量 Bateman 系の量子化法に従って, 連続体 Bateman 系を量子化する (Takahashi 2018a, Takahashi 2018b, 高橋 2019) ののであるが, そのための準備をしておく。まず, 各波数ベクトル \mathbf{k} について, 場を 2 つのモードに分ける:

$$\xi_k = \xi_{1,k} + \xi_{2,k}, \quad \eta_k = \eta_{1,k} + \eta_{2,k} \quad (2.1a)$$

$$\Pi_k^\xi = \Pi_{1,k}^\xi + \Pi_{2,k}^\xi, \quad \Pi_k^\eta = \Pi_{1,k}^\eta + \Pi_{2,k}^\eta \quad (2.1b)$$

$\Pi_{i,k}^\xi, \Pi_{i,k}^\eta$ はそれぞれ $\xi_{i,k}, \eta_{i,k}$ の“共役運動量”で、 $\xi_{i,k}, \eta_{i,k}$ と (1.8) と同じ式で関係づけられている：

$$\Pi_{i,k}^\xi = m\dot{\eta}_{i,k} - \frac{\gamma_k}{2}\eta_{i,k}, \quad \Pi_{i,k}^\eta = m\dot{\xi}_{i,k} + \frac{\gamma_k}{2}\xi_{i,k}$$

ハミルトニアン (1.7) は、(1.9) を使うと部分系ハミルトニアンの和として表されるという重要な性質を持っている。すなわち

$$H_B[\xi_k, \eta_k] = H_B[\xi_{1,k}, \eta_{1,k}] + H_B[\xi_{2,k}, \eta_{2,k}] \quad (2.2)$$

右辺第1項と第2項はそれぞれ (1.9b) で与えられた $\lambda_{1,k}$ と $\lambda_{2,k}$ に対応するモードからなる部分系ハミルトニアンである。それぞれの部分系が双一次形式なので、 $H_B[\xi_k, \eta_k]$ としては $U(1) \times U(1)$ 対称性を持つ。全ハミルトニアンがこのように分離できることは Dekker (1977) が気づいていて、量子揺らぎのマスター方程式³ をコヒーレント状態をもとに構成するのに用いている。この部分系を、本論文では Bateman 部分系と呼ぶことにする。

$\xi_{i,k}$ と $\eta_{i,k}$ は元の変数を使って

$$\xi_{1,k} = -(\dot{\xi}_k + \lambda_{2,k}\xi_k) / \Delta, \quad \eta_{1,k} = (\dot{\eta}_k - \lambda_{2,k}\eta_k) / \Delta \quad (2.3a)$$

$$\xi_{2,k} = (\dot{\xi}_k + \lambda_{1,k}\xi_k) / \Delta, \quad \eta_{2,k} = -(\dot{\eta}_k - \lambda_{1,k}\eta_k) / \Delta \quad (2.3b)$$

のように表すことができる。 $\Delta \equiv \lambda_{1,k} - \lambda_{2,k} = (\gamma_k / m) \sqrt{1 - w_k} = \sqrt{\gamma_k^2 - 4m\kappa_k} / m$ である。

部分系ハミルトニアンは、(1.9a) を用いると

$$\begin{aligned} H_B[\xi_{i,k}, \eta_{i,k}] &= m\dot{\eta}_{i,k}\dot{\xi}_{i,k} + \kappa_k\eta_{i,k}\xi_{i,k} \\ &= (-m\lambda_{i,k}^2 + \kappa_k)\eta_{i,k}\xi_{i,k} \end{aligned} \quad (2.4)$$

これは0質量 Bateman 系 = 散逸拡散系と同型である (Takahashi 2018a)。このように、変数とハミルトニアンを単一モードに分離して、それぞれの部分系を0質量 Bateman 系と同等にし、それに0質量 Bateman 系の量子化手順を適用するのである。これで量子化の準備が整った。

³ 相互作用がある非定常な系で、ある状態をとる確率の時間変化が、状態間の遷移確率と確率の保存則によって決まるという考えから導かれる。これについて量子論の草創期に提出された Ehrenfest の説明は、その後ノミと犬の喩えとして有名になった。例えば Keizer (1987), 高橋 (2019) を参照されたい。

3. 粘弾性との関係

弾性力と内部抵抗を受けながら運動を減衰させる物質は我々の周囲に豊富に存在する。高分子物質はその一例である。そのような物質が示す運動学的性質を粘弾性⁴という。粘弾性的運動のモデルの 1 つに Maxwell モデルがある⁵。Maxwell モデルは、錘がついたバネと減衰器が直列につながった系である (図 2)。

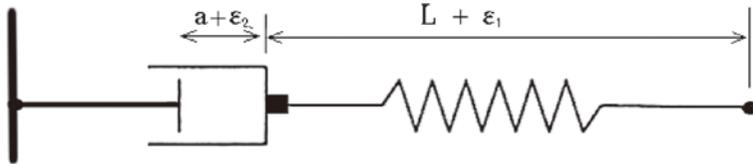


図 2. Maxwell モデル。右側のバネと左側の減衰器が直列につながっている。 ε_1 は自然長 L のバネの伸び、 ε_2 は減衰器の基準位置 a からの変位。

我々のモデルは粘弾性の Maxwell モデルと関係があることに触れておく。Maxwell 系全体のひずみ ε はバネと減衰器の変位 ε_1 と ε_2 の和であって、ひずみの大きさは応力 σ と

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} \sigma, \quad \dot{\varepsilon}_2 = \frac{1}{E\tau} \sigma \quad (3.1a)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \quad (3.1b)$$

のように関係づけられている。 E (Young 率) と τ (減衰時間) は定数である。

ここで唐突ながら ε_i , ε が我々の $\xi_{i,k}$, ξ_k と同じとしてみよう。すると (3.1a) から

$$\frac{\sigma}{E} = \xi_{1,k} = \tau \dot{\xi}_{2,k} \quad (3.2)$$

(2.3a,b) を (3.2) に代入して $-(\dot{\xi}_k + \lambda_{-,k} \xi_k) = \tau (\ddot{\xi}_k + \lambda_{+,k} \dot{\xi}_k)$ となる。これを整理して

$$\ddot{\xi}_k + \left(\lambda_{1,k} + \frac{1}{\tau} \right) \dot{\xi}_k + \frac{\lambda_{2,k}}{\tau} \xi_k = 0 \quad (3.3)$$

を得る。これが散逸方程式 (1.6a) と一致するのは $\gamma_k / m = \lambda_{1,k} + 1/\tau$ と $\kappa_k / m = \lambda_{2,k} / \tau$ が同時に成り立つときである。これより τ を消去して

⁴ ゴムなどの示す弾性とプラスチックなどが示す塑性の中間の性質である。粘弾性では、初め変形と応力は比例するが、応力を無くしても変形は残る。粘弾性を持つ高分子物質は、力をゆっくり加えると粘性流体のように振る舞い、急激な作用下では弾性体として振る舞う。家庭で簡単につくることができる加水したコンスターチはその一例である。外力が急激に変動する場合に興味深い挙動を示すことも知られている (Merkt et al. 2004)。

⁵ バネと減衰器を並列させたものは Kelvin-Voigt モデル、Maxwell モデルを横に並列に並べたものは標準線型モデルと呼ばれる。

$$\sqrt{1-w_k} = 1-w_k$$

τ はこの結果を用いて

$$\tau = \frac{m}{\kappa_k} \lambda_{2,k} = \frac{2m}{\gamma \mathbf{k}^2 (2-w_k)}$$

である。 $w_k = 1$ または 0 , すなわち次の場合が可能である:

$$w_k = \frac{4m\kappa}{\gamma^2 \mathbf{k}^2} \rightarrow 1, \quad \tau = \frac{\gamma}{2\kappa}, \quad \lambda_{i,k} = \frac{\gamma \mathbf{k}^2}{2m} = \frac{1}{\tau} \quad (3.4a)$$

$$\kappa = 0, \quad \tau = \frac{m}{\gamma \mathbf{k}^2}, \quad \lambda_{1,k} = \frac{\gamma \mathbf{k}^2}{m} = \frac{1}{\tau}, \quad \lambda_{2,k} = 0 \quad (3.4b)$$

(3.4a) で等号ではなく極限記号を使ったのは, (2.3) にこの極限で 0 になる除数 Δ という量が含まれているからである。(3.4a) は臨界減衰の Bateman 系, (3.4b) はバネ無しの Bateman 系の場合である。どちらの場合も, 減衰時間 τ は波数に依存し, 波数が大きいほど短い。臨界減衰では 2 つの減衰率は同じ $1/\tau$ になる。バネ無しの Bateman 系でも粘弾性を表しうるのは面白い。粘弾性についての詳しい解説は, 例えば Christensen (1982), Tim et al. (2014) にある。

4. 過減衰領域での量子化

過減衰領域では, 波数ベクトルは $\bar{k} \equiv |\mathbf{k}|/k_0 > 1$ である。ここで $k_0 \equiv 2\sqrt{m\kappa}/\gamma$ は過減衰領域と過少減衰領域を分ける特性波数ベクトルである。

Bateman 部分系は 0 質量 Bateman 系と同等なので, 演算子 $a_{i,k}$ と $\tilde{a}_{i,k}$ を使い, Bateman 部分系の座標を次のように表す (Takahashi 2018b, 高橋 2019):

$$\begin{aligned} (\xi_{1,k}, \eta_{1,k}) &= \sqrt{\frac{\hbar}{\gamma_k \delta_k^{(o)}}} \left(e^{-\lambda_{1,k} t} a_{1,k}, i e^{\lambda_{1,k} t} \tilde{a}_{1,k} \right) \\ (\xi_{2,k}, \eta_{2,k}) &= \sqrt{\frac{\hbar}{\gamma_k \delta_k^{(o)}}} \left(i e^{-\lambda_{2,k} t} a_{2,k}, -e^{\lambda_{2,k} t} \tilde{a}_{2,k} \right) \end{aligned} \quad (4.1a)$$

$$\delta_k^{(o)} \equiv \sqrt{1-w_k} = \sqrt{\bar{k}^2 - 1} / \bar{k} \quad (4.1b)$$

$w_k = 4m\kappa_k / \gamma_k^2 < 1$ なので $\delta_k^{(o)} > 0$ である。 $\lambda_{i,k}$ は (1.9b) で定義している。後の便宜のために $\lambda_{i,k}$ の別の表現も与えておく。

$$\begin{aligned}\lambda_{1,k} &= \frac{\gamma_k}{2m} \left(1 + \delta_k^{(o)}\right) = \frac{2\kappa}{\gamma} \left(\bar{k}^2 + \bar{k} \sqrt{\bar{k}^2 - 1}\right) \\ \lambda_{2,k} &= \frac{\gamma_k}{2m} \left(1 - \delta_k^{(o)}\right) = \frac{2\kappa}{\gamma} \left(\bar{k}^2 - \bar{k} \sqrt{\bar{k}^2 - 1}\right)\end{aligned}\tag{4.2}$$

2つの解があるが、それらは $\bar{k} \rightarrow 1$ で同一の値をとる。 $i=1$ と 2 それぞれの部分系は Dedene のハミルトニアン (Dedene 1980) で記述されるものと同じである。

Takahashi (2018a, 2018b) に従い次の交換関係を課す：

$$\left[\xi_{i,k}, \Pi_{j,k'}^{\xi}\right] = \left[\eta_{i,k}, \Pi_{j,k'}^{\eta}\right] = i \frac{\hbar}{2} \delta_{ij} \delta_{kk'}\tag{4.3a}$$

$$\left[\xi_{1,k}, \eta_{1,k'}\right] = -\left[\xi_{2,k}, \eta_{2,k'}\right] = i \frac{\hbar}{\gamma_k \delta_k^{(o)}} \delta_{kk'}\tag{4.3b}$$

(4.3a) の右辺の因子 $1/2$ は、これらの変数が Bateman 部分系のものであることによる。伝統的な正準量子化法 (Feshbach & Tikochinsky 1977, Celeghini et al. 1992, Dekker 1981, Um et al. 2002, Bopp 1973) との違いは (4.3b) に現れている。我々の量子化の方法では、観測変数と補助変数は部分系において交換しないのである。これは 0 質量 Bateman 系の特徴の反映である (Takahashi 2018a)。にもかかわらず、(4.3) は全系では通常の正準交換関係を導くことを確かめることができる ((4.8) を見よ)。

代数の計算では、運動方程式

$$\dot{\xi}_{i,k} = -\lambda_{i,k} \xi_{i,k}, \quad \dot{\eta}_{i,k} = \lambda_{i,k} \eta_{i,k}$$

を使って $\Pi_{i,k}^{\xi} = m \dot{\eta}_{i,k} - (\gamma_k / 2) \eta_{i,k}$ と $\Pi_{i,k}^{\eta} = m \dot{\xi}_{i,k} + (\gamma_k / 2) \xi_{i,k}$ を簡単に表しておくのが便利である：

$$\begin{aligned}\Pi_{1,k}^{\xi} &= \frac{\gamma_k \delta_k^{(o)}}{2} \eta_{1,k}, & \Pi_{1,k}^{\eta} &= -\frac{\gamma_k \delta_k^{(o)}}{2} \xi_{1,k}, \\ \Pi_{2,k}^{\xi} &= -\frac{\gamma_k \delta_k^{(o)}}{2} \eta_{2,k}, & \Pi_{2,k}^{\eta} &= \frac{\gamma_k \delta_k^{(o)}}{2} \xi_{2,k}.\end{aligned}\tag{4.4}$$

次に、いわゆる “z-表示” に移る。本稿では “ ζ -表示” と呼ぶ新しい変数は、座標については

$$\begin{aligned}\zeta_{1,k}(t) &= \frac{\xi_{1,k} - i \eta_{1,-k}}{\sqrt{2}} \\ &= \sqrt{\frac{\hbar}{2\gamma_k \delta_k^{(o)}}} \left(e^{-\lambda_{1,k} t} a_{1,k}(0) + e^{\lambda_{1,k} t} \tilde{a}_{1,-k}(0) \right) \\ \zeta_{2,k}(t) &= \frac{\xi_{2,k} + i \eta_{2,-k}}{\sqrt{2}} \\ &= i \sqrt{\frac{\hbar}{2\gamma_k \delta_k^{(o)}}} \left(e^{-\lambda_{2,k} t} a_{2,k}(0) - e^{\lambda_{2,k} t} \tilde{a}_{2,-k}(0) \right)\end{aligned}\tag{4.5a}$$

運動量については

$$\begin{aligned}
 \Pi_{1,k}(t) &= \frac{\Pi_{1,k}^\xi + i\Pi_{1,-k}^\eta}{\sqrt{2}} \\
 &= \frac{i}{2} \sqrt{\frac{\hbar\gamma_k\delta_k^{(o)}}{2}} \left(e^{\lambda_1 kt} \tilde{a}_{1,k}(0) - e^{-\lambda_1 kt} a_{1,-k}(0) \right) \\
 \Pi_{2,k}(t) &= \frac{\Pi_{2,k}^\xi - i\Pi_{2,-k}^\eta}{\sqrt{2}} \\
 &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\hbar\gamma_k\delta_k^{(o)}}{2}} \left(e^{\lambda_2 kt} \tilde{a}_{2,k}(0) + e^{-\lambda_2 kt} a_{2,-k}(0) \right)
 \end{aligned} \tag{4.5b}$$

である。交換関係は

$$[\zeta_{i,k}(t), \Pi_{i,k'}(t)] = i \frac{\hbar}{2} \delta_{ij} \delta_{kk'}, \tag{4.6a}$$

$$[\zeta_{i,k}(t), \zeta_{j,k'}(t)] = [\Pi_{i,k}(t), \Pi_{j,k'}(t)] = 0 \tag{4.6b}$$

ζ -表示での全系変数は部分系変数の単純和で与えられる：

$$\zeta_k(t) = \zeta_{1,k}(t) + \zeta_{2,k}(t) \tag{4.7a}$$

$$\Pi_k(t) = \Pi_{1,k}(t) + \Pi_{2,k}(t) \tag{4.7b}$$

その交換関係は

$$[\zeta_k, \Pi_{k'}] = i\hbar\delta_{k,k'} \tag{4.8}$$

のような正準形となる。線形結合のしかたは一意的ではない。しかし、一旦 (4.7) のように決めたら、後はこれを以後の全計算で使用する。

演算子 $a_{i,k}$ と $\tilde{a}_{i,k}$ は

$$\begin{aligned}
 a_{1,k}(0) &= \frac{1}{\sqrt{\hbar}} \left(\sqrt{\frac{\gamma_k\delta_k^{(o)}}{2}} \zeta_{1,k} + i \sqrt{\frac{2}{\gamma_k\delta_k^{(o)}}} \Pi_{1,-k} \right) \\
 \tilde{a}_{1,k}(0) &= \frac{1}{\sqrt{\hbar}} \left(\sqrt{\frac{\gamma_k\delta_k^{(o)}}{2}} \zeta_{1,-k} - i \sqrt{\frac{2}{\gamma_k\delta_k^{(o)}}} \Pi_{1,k} \right)
 \end{aligned} \tag{4.9a}$$

$$\begin{aligned}
 a_{2,k}(0) &= \frac{1}{\sqrt{\hbar}} \left(-i \sqrt{\frac{\gamma_k\delta_k^{(o)}}{2}} \zeta_{2,k} + \sqrt{\frac{2}{\gamma_k\delta_k^{(o)}}} \Pi_{2,-k} \right) \\
 \tilde{a}_{2,k}(0) &= \frac{1}{\sqrt{\hbar}} \left(i \sqrt{\frac{\gamma_k\delta_k^{(o)}}{2}} \zeta_{2,-k} + \sqrt{\frac{2}{\gamma_k\delta_k^{(o)}}} \Pi_{2,k} \right)
 \end{aligned} \tag{4.9b}$$

となる。ここで

$$\gamma_k\delta_k^{(o)} = \frac{4m\kappa}{\gamma} \bar{k} \sqrt{\bar{k}^2 - 1} \tag{4.10}$$

(4.9) で $\zeta_{i,k}$ と $\Pi_{i,k}$ は $t=0$ での演算子である。 $a_{i,k}$ と $\tilde{a}_{i,k}$ は互いにエルミット共役ではないが、交換関係は

$$[a_{i,k}, \tilde{a}_{j,k'}] = \delta_{ij} \delta_{k,k'} \quad (4.11)$$

となる。これにより $a_{i,k}$ と $\tilde{a}_{i,k}$ をそれぞれ消滅、生成演算子と見ることができ(2.2)に使われた部分系ハミルトニアンは次のように表される：

$$\hat{H}_{B,i} \equiv \hat{H}_B[\zeta_{i,k}, \eta_{i,k}] = -i\hbar \sum_k \lambda_{i,k} \tilde{a}_{i,k} a_{i,k} \quad (4.12)$$

これは $U(1) \times U(1)$ 変換 $\zeta_{i,k} \rightarrow e^{i\phi} \zeta_{i,k}$, $\eta_{i,k} \rightarrow e^{-i\phi} \eta_{i,k}$ (または $a_{i,k} \rightarrow e^{i\phi} a_{i,k}$, $\tilde{a}_{i,k} \rightarrow e^{-i\phi} \tilde{a}_{i,k}$)のもとで不変である。Feshbach & Tikochinsky (1977) では対称性は $SU(1,1)$ だった。この違いは、真空の安定性の違いに反映する。

真空は

$$a_{i,k} |0\rangle = \langle 0 | \tilde{a}_{i,k} = 0 \quad (4.13)$$

によって定義される。ここで $\langle 0 |$ は $|0\rangle$ の時間反転共役状態である。Hilbert 空間は規格化された固有状態 $\tilde{a}_{i,k}^n |0\rangle / \sqrt{n!}$ と $\langle 0 | a_{i,k}^n / \sqrt{n!}$ で張る。部分ハミルトニアンの固有値 $-i\hbar n \lambda_{i,k}$ は純虚数である。任意の状態の時間反転共役は $\tilde{a}_{i,k}(t) \leftrightarrow a_{i,k}(t)$ の置き換えと、他の係数— Hilbert 空間のベクトル—の複素共役をとって得られる。

ζ -表示の真空状態は

$$\frac{1}{\sqrt{\hbar}} \left[\sqrt{\frac{\gamma_k \delta_k^{(0)}}{2}} \zeta_{i,k} + \sqrt{\frac{2}{\gamma_k \delta_k^{(0)}}} \frac{\partial}{\partial \zeta_{i,k}} \right] \psi_0(\zeta_{i,k}) = 0$$

の解として与えられる。これを基に、 $\hat{H}_{B,i}$ の一般の固有関数は ζ -表示で

$$\psi_{i,n}(\zeta_{i,k}, t) = (n!)^{-1/2} e^{-n\lambda_{i,k}t} H_n \left(\left(2\gamma_k \delta_k^{(0)} / \hbar \right)^{1/2} \zeta_{i,k} \right) \psi_0(\zeta_{i,k}) \quad (4.14)$$

となる。 H_n は Hermite 多項式である。特に ζ -表示での真空は

$$\psi_0(z) = A_0^{-1/2} e^{-\gamma_k \delta_k^{(0)} z^2 / (2\hbar)} \quad (4.15a)$$

$$\int_C \tilde{\psi}_0(\zeta_{i,k}, t) \psi_0(\zeta_{i,k}, t) d\zeta_{i,k} = 1 \quad (4.15b)$$

である。積分経路 C としては、 $\left(2\gamma_k \delta_k^{(0)} / \hbar \right)^{1/2} \zeta_{i,k}$ が実数になるように選ぶのが最も簡単である。 $\gamma_k \delta_k^{(0)}$ が正の時は、これは C が複素 $\zeta_{i,k}$ 面の実軸であることを意味する。このとき

$$|A_0| = \left(\pi \hbar / \left(\gamma_k \delta_k^{(0)} \right) \right)^{1/2} \quad (4.16)$$

となる。 A_0 の位相は規格化条件からは決まらない。もしも $\gamma_k \delta_k^{(0)}$ が複素数でその位相が θ だつ

たとすると, C は実軸と角度 $-\theta/2$ で交わる直線とすればよい。積分路のこのような変更は, モデルパラメータを複素数に拡張するときに必要になる。内積は互いに時間反転共役な状態の間でとる。

全ハミルトニアンは

$$\hat{H}_B = -i\hbar \sum_{i,k} \lambda_{i,k} n_{i,k}, \quad n_{i,k} = \tilde{a}_{i,k}(0) a_{i,k}(0) \quad (4.17)$$

と, 粒子数演算子 $n_{i,k}$ で表される。固有状態は $n_{i,k}$ の固有値の組 (m, n) で指定される。波数ベクトルが \mathbf{k} の全波動関数は

$$\psi_{m,n}(\zeta_{1,k}, \zeta_{2,k}, t) = \psi_{1,m}(\zeta_{1,k}, t) \psi_{2,n}(\zeta_{2,k}, t) \quad (4.18)$$

で与えられる。(4.17) は

$$\hat{H}_B = -i\hbar \sum_{i,k} \lambda_{i,k} n_{i,k} = -i\hbar \sum_k \left(\frac{\gamma_k}{2m} (n_{1,k} + n_{2,k}) + \frac{\gamma_k \delta_k^{(0)}}{2m} (n_{1,k} - n_{2,k}) \right)$$

と書ける。Feshbach-Tikochinsky ハミルトニアン (Feshbach & Tikochinsky 1977) 同様, $O(2)$ 対称性は $\delta_k^{(0)}$ が破る。しかしこのことは系の不安定性の原因とならない。なぜなら, 我々のモデルでは \hat{H}_B は系のエネルギーではないからである。

Heisenberg 方程式は

$$\hbar \dot{a}_{i,k} = -i[a_{i,k}, \hat{H}_B], \quad \hbar \dot{\tilde{a}}_{i,k} = -i[\tilde{a}_{i,k}, \hat{H}_B] \quad (4.19)$$

である。Green 関数 $G_k(t)$ は次のように計算される:

$$\begin{aligned} G_k(t) &\equiv \frac{\delta_k}{\hbar} \langle 0 | T \zeta_k(t) \zeta_k(0) | 0 \rangle \\ &= \frac{1}{2\gamma_k} \left[\theta(t) (e^{-\lambda_1 t} + e^{-\lambda_2 t}) + \theta(-t) (e^{\lambda_1 t} + e^{\lambda_2 t}) \right] \end{aligned} \quad (4.20a)$$

$$\left(m \frac{d^2}{dt^2} + \gamma_k \frac{d}{dt} + \kappa_k \right) G_k(t) = \delta(t), \quad t \geq 0_- \quad (4.20b)$$

$t > 0$ で系が外場 $J(t)$ と接触したとすると, $\zeta_k^{(0)}(t)$ を斉次方程式の解として, 一般解は

$$\zeta_k(t) = \zeta_k^{(0)}(t) + \int_0^\infty G_k(t-t') J(t') dt' \quad (4.21)$$

で与えられる。

あとの便宜のために $G_k(t)$, $t > 0$, の Fourier 変換を求めておく。 $\bar{k} > 1$ に対し

$$\tilde{g}_k^{(0)}(\omega) \equiv \int_0^\infty g_k^{(0)}(t) \cos \omega t dt = \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda_{1,k}}{\omega^2 + \lambda_{1,k}^2} + \frac{\lambda_{2,k}}{\omega^2 + \lambda_{2,k}^2} \right) \quad (4.22a)$$

$$g_k^{(o)}(t) \equiv \frac{e^{-\lambda_1 k t} + e^{-\lambda_2 k t}}{2} \quad (4.22b)$$

過減衰の場合は、 $\tilde{g}_k^{(o)}(\omega)$ は $\omega=0$ で最大値をとる単調減少関数である。これは共鳴振動がないことを意味する。(4.22) は $\bar{k}=1$ でも定義されていて、(3.4a) によって粘弾性の Maxwell モデルを表していることに注意せよ。

5. 過減衰領域での量子化と分散関係

ここでは波数ベクトルは $\bar{k}=|\mathbf{k}|/k_0 < 1$ ($k_0=2\sqrt{m\kappa}/\gamma$) であり、減衰率は複素数になる。過減衰系の場合において $\sqrt{1-w_k}$ だった部分を $i\sqrt{w_k-1}$ と置き換えれば、過減衰系の結果をほぼそのまま利用することができる。

$$\lambda_{i,k} = \frac{\gamma_k}{2m} \left(1 \pm i\delta_k^{(u)} \right) = \frac{2\kappa}{\gamma} \left(\bar{k}^2 \pm i\bar{k}\sqrt{1-\bar{k}^2} \right), \quad (i=1, 2) \quad (5.1)$$

ここで $\delta_k^{(u)} \equiv \sqrt{w_k-1}$ 。 $(\gamma_k/2m)\delta_k^{(u)}$ は換算角周波数ともいう。以後、(5.1) の上(下)の符号は $i=1(2)$ で表すことにする。部分系の正準運動量は

$$\Pi_{i,k}^{\xi} = \pm i \frac{\gamma_k \delta_k^{(u)}}{2} \eta_{i,k}, \quad \Pi_{i,k}^{\eta} = \mp i \frac{\gamma_k \delta_k^{(u)}}{2} \xi_{i,k} \quad (5.2a)$$

$$\gamma_k \delta_k^{(u)} = \frac{4m\kappa}{\gamma} \bar{k} \sqrt{1-\bar{k}^2} \quad (5.2b)$$

である。変数の時間変化を次のようである：

$$(\xi_{1,k}, \eta_{1,k}) = \sqrt{\frac{\hbar}{\gamma_k \delta_k^{(u)}}} \left(e^{-\lambda_1 k t} a_{1,k}(0), e^{\lambda_1 k t} \tilde{a}_{1,k}(0) \right) \quad (5.3a)$$

$$(\Pi_{1,k}^{\xi}, \Pi_{1,k}^{\eta}) = \frac{i}{2} \sqrt{\hbar \gamma_k \delta_k^{(u)}} \left(e^{\lambda_1 k t} \tilde{a}_{1,k}(0), -e^{-\lambda_1 k t} a_{1,k}(0) \right) \quad (5.3b)$$

$$(\xi_{2,k}, \eta_{2,k}) = i \sqrt{\frac{\hbar}{\gamma_k \delta_k^{(u)}}} \left(e^{-\lambda_2 k t} a_{2,k}(0), e^{\lambda_2 k t} \tilde{a}_{2,k}(0) \right) \quad (5.3c)$$

$$(\Pi_{2,k}^{\xi}, \Pi_{2,k}^{\eta}) = \frac{1}{2} \sqrt{\hbar \gamma_k \delta_k^{(u)}} \left(e^{\lambda_2 k t} \tilde{a}_{2,k}(0), -e^{-\lambda_2 k t} a_{2,k}(0) \right) \quad (5.3d)$$

部分系のハミルトニアンは、 $\lambda_{i,k}$ を (5.1) として (4.12) で与えられる。

$\gamma \rightarrow 0$ の極限で $\lambda_{i,k} \rightarrow \pm i\sqrt{\kappa/m} |\mathbf{k}|$ かつ $\gamma_k \delta_k^{(u)} \rightarrow 2\sqrt{m\kappa} |\mathbf{k}|$ である。したがって、我々の $U(1) \times U(1)$ 表示は散逸無しの極限で弾性理論に連続的に移る。

前と同様、ここで ζ -表示に移行する。座標に対しては

$$\begin{aligned}
 \zeta_{1,k} &= \frac{\xi_{1,k} + \eta_{1,k}}{\sqrt{2}} \\
 &= \sqrt{\frac{\hbar}{2\gamma_k \delta_k^{(u)}}} \left(e^{-\lambda_1 k t} a_{1,k}(0) + e^{\lambda_1 k t} \tilde{a}_{1,k}(0) \right) \\
 \zeta_{2,k} &= \frac{\xi_{2,k} - \eta_{2,k}}{\sqrt{2}} \\
 &= i \sqrt{\frac{\hbar}{2\gamma_k \delta_k^{(u)}}} \left(e^{-\lambda_2 k t} a_{2,k}(0) - e^{\lambda_2 k t} \tilde{a}_{2,k}(0) \right)
 \end{aligned} \tag{5.4a}$$

共役運動量に対しては

$$\begin{aligned}
 \Pi_{1,k} &= \frac{\Pi_{1,k}^\xi + \Pi_{1,k}^\eta}{\sqrt{2}} \\
 &= \frac{i}{2} \sqrt{\frac{\hbar \gamma_k \delta_k^{(u)}}{2}} \left(e^{\lambda_1 k t} \tilde{a}_{1,k}(0) - e^{-\lambda_1 k t} a_{1,k}(0) \right) \\
 \Pi_{2,k} &= \frac{\Pi_{2,k}^\xi - \Pi_{2,k}^\eta}{\sqrt{2}} \\
 &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\hbar \gamma_k \delta_k^{(u)}}{2}} \left(e^{\lambda_2 k t} \tilde{a}_{2,k}(0) + e^{-\lambda_2 k t} a_{2,k}(0) \right)
 \end{aligned} \tag{5.4b}$$

線形結合は、(4.5)とは異なったとりかたをしている。これは、演算子 $a_{i,k}$ と $\tilde{a}_{i,k}$ による座標と共役運動量の表現形が $\delta_k^{(o)}$ と $\delta_k^{(u)}$ の部分だけ異なるようにしたためである。そのために、波動関数は(4.14)で $\delta_k^{(o)}$ を $\delta_k^{(u)}$ で置き換えたものになる。

交換関係は(4.6)と同じである。全ハミルトニアンは、 $\lambda_{i,k}$ を(5.1)として(4.17)で与えられる。 $O(2)$ 対称性は $\delta_k^{(u)}$ によって破れる。

自己相関関数は、 $\bar{\omega} \equiv (\gamma/2\kappa)\omega$ として

$$\begin{aligned}
 \tilde{g}_k^{(u)}(\omega) &\equiv \frac{1}{2} \int_0^\infty \left(e^{-\lambda_1 k t} + e^{-\lambda_2 k t} \right) \cos \omega t dt \\
 &= \frac{\gamma}{4\kappa} \left[\frac{\bar{k}^2}{\left(\bar{\omega} - \bar{k} \sqrt{1 - \bar{k}^2} \right)^2 + \bar{k}^4} + \frac{\bar{k}^2}{\left(\bar{\omega} + \bar{k} \sqrt{1 - \bar{k}^2} \right)^2 + \bar{k}^4} \right]
 \end{aligned} \tag{5.5}$$

となる。 $\tilde{g}_k^{(u)}(\omega)$ はあたかも分散関係が

$$\bar{\omega}_b(\bar{k}) = \bar{k} \sqrt{1 - \bar{k}^2} \tag{5.6}$$

半値巾が \bar{k}^2 の共鳴を表しているかのようである。しかし、これは $d\tilde{g}_k^{(u)}(\omega)/d\omega = 0$ の解

$$\bar{\omega}_b(\bar{k}) = \bar{k} \sqrt{2\sqrt{1 - \bar{k}^2} - 1}, \quad 0 \leq \bar{k} \leq \sqrt{3}/2 \tag{5.7}$$

とは異なる。実際の分散関係は(5.7)で与えられる。図3に $\bar{\omega}_b(\bar{k})$ と $\bar{\omega}_b(\bar{k})$ の \bar{k} 依存性を

示している。

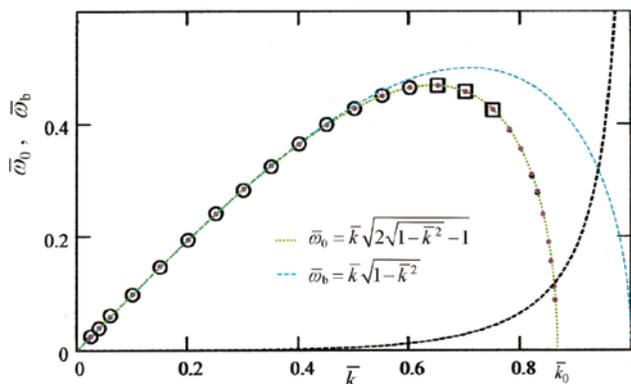


図 3. 過少減衰 Bateman 系の分散関係。3 種の記号はピークの鋭さを表す指標 $r_p \equiv \left| \frac{\tilde{g}_k^{(u)}(0)}{\tilde{g}_k^{(u)}(\bar{\omega}_0(\bar{k}))} \right|$ の違いを表す。 r_p が小さいほどピークは鋭い。点付き丸： $r_p < 0.67$ ，点付き四角： $0.67 < r_p < 0.9$ ，点： $r_p > 0.9$ 。点線： $\bar{\omega}_0(\bar{k})$ ，波線（水色）： $\bar{\omega}_b(\bar{k})$ ，波線（黒）： $\langle n_\alpha(\mathbf{k}) \rangle$ （第 6 節参照）。

$\bar{k} < 0.5$ で $\bar{\omega}_0(\bar{k})$ と $\bar{\omega}_b(\bar{k})$ はほぼ直線的でかつほぼ重なる。 $\bar{k} \approx 0.6$ を超えると、 $\bar{\omega}_0(\bar{k})$ は $\bar{\omega}_b(\bar{k})$ より早く 0 に向かって減少し始める。0 になる波数は $\bar{k} = \bar{k}_0 \equiv \sqrt{3}/2 = 0.8660\dots$ である。この下方への曲がりには、凝集 a 粒子 (\tilde{a}_k, a_k で生成，消滅する物理的実体をこう呼ぶことにする) へのエネルギー分配によるものと解釈される⁶。短波長で 0 モードが優勢になるのは、微細な変位や破壊と関係があると思われる。

異なったモードへのエネルギー配分によって共鳴のピークは巾を持つようになる。今の場合，その巾の広がりの程度は $r_p \equiv \left| \frac{\tilde{g}_k^{(u)}(0)}{\tilde{g}_k^{(u)}(\bar{\omega}_0(\bar{k}))} \right|$ によって知ることができる。 r_p が \bar{k} と共に増加していく傾向は図 3 に示されている。 \bar{k}_0 を超えると $\tilde{g}_k^{(u)}(\omega)$ は $\omega = 0$ で最大になる。これは振動そのものが起きなくなるということではない。 \bar{k}_0 より上でも (5.5) の極 $\bar{k} \sqrt{1 - \bar{k}^2} \pm i\bar{k}^2$ は実部を持つ。実際には，スペクトルは連続的になるのである。 $\bar{k} = 1$ を超えると，運動は完全に散逸的になる。

6. 波動関数の統合的表現と“幾何学的位相”

6.1 波動関数の統合

我々は，前節と前々節で過少減衰と過減衰の両領域で波動関数を決定し，それが共に調和振動子と同じ型 (4.14) であることを知った。両者を統合した形は次の通りである：

⁶ 波数が増加すると共に分散関係が下方に曲がり出す現象は液体ヘリウムでも観測されている。この場合は量子化された渦“ロトン”の生成によるものと解釈されている (キッテル 1972 を参照)。

$$\psi_{i,n}(\zeta_{i,k}, t) = (n!)^{-1/2} e^{-n\lambda_{i,k}t} H_n\left((2R_k/\hbar)^{1/2} \zeta_{i,k}\right) \psi_0(\zeta_{i,k}) \quad (6.1a)$$

$$\psi_0(\zeta_{i,k}) = (R_k/(\pi\hbar))^{1/4} e^{-R_k\zeta_{i,k}^2/(2\hbar)} \quad (6.1b)$$

$$R_k \equiv \gamma_k \delta_k = \frac{4m\kappa}{\gamma} \bar{k} (\bar{k}^2 - 1)^{1/2} \quad (6.1c)$$

$$\lambda_{i,k} = \frac{2\kappa}{\gamma} \left(\bar{k}^2 \pm \bar{k} (\bar{k}^2 - 1)^{1/2} \right) \quad (6.1d)$$

ここで $R_k^{1/2} \zeta_{i,k}$ は実数であるように $\zeta_{i,k}$ の位相を決める。こうして、 \bar{k} に対する制限を取り払うことができた。 $\bar{k} < 1$ のときは $(\bar{k}^2 - 1)^{1/2}$ を $i(1 - \bar{k}^2)^{1/2}$ とすればよい。(6.1) を Feshbach & Tikochinsky (1977), Celeghini et al. (1992), Blasone & Jizba (2004) の波動関数と比べれば、我々の $U(1) \times U(1)$ 表現がその単純さにおいて優れていることが分かる。もちろん、物理的内容も異なっている。

6.2 幾何学的位相

(6.1b) と (6.1c) から、波動関数には因子 $(\bar{k} - 1)^{1/8}$ があり、臨界点 $\bar{k} = 1$ では定義できない。これは Bateman 系の一般的特性である。(6.1d) からわかるように、臨界点は減衰率の分岐点になっていて、ここで2つの分岐は交差する。すなわち、通常、“準位交差”と呼ばれる現象が起きている⁷。準位交差は、Berry の定理によって一般には非自明な“幾何学的位相”と結びつけられる。要点は、ハミルトニアンのパラメータ \mathbf{R} がパラメータ空間内の閉じた曲線 \mathcal{C} の上を断熱的に動いてまた元に戻ったとき、波動関数が \mathcal{C} に依存する位相因子だけ変化しているということである。考え方は以下の通りである (Berry 1984)。

パラメータ \mathbf{R} を持つハミルトニアン $H(\mathbf{R})$ において、 \mathbf{R} を $t=0$ から時間と共にゆっくりと変化させ $t=T$ でもとに戻すことを考える。このときのパラメータ空間内の軌道が \mathcal{C} である。各瞬間における Schrödinger 方程式

$$i\hbar \psi_n = H(\mathbf{R}(t)) \psi_n$$

で、固有値と規格化された固有解を $E_n(\mathbf{R}(t))$, $|n, \mathbf{R}(t)\rangle$ とする。この方程式は一般に可積分でない。 $\mathbf{R}(t)$ が時間に依存しない場合は、波動関数の時間依存性は $\psi_n(t) = e^{-iE_n t/\hbar} \psi_n(0)$ であるから、 $\mathbf{R}(t)$ が時間に依存する場合の解として

⁷ 準位交差は、普通はエネルギー準位の交差を意味する。Bateman 系のハミルトニアンはエネルギーではないのでその固有値 $\lambda_{i,k}$ もエネルギーではないが、本稿ではこの語句を用いる。

$$\psi_n(t) = \exp\left[-(i/\hbar) \int_0^t E_n(\mathbf{R}(t')) dt'\right] e^{i\Gamma(t)} |n, \mathbf{R}(t)\rangle$$

を仮定しよう。幾何学的位相と呼ばれる位相因子 $\Gamma(\mathbf{T}) = \Gamma(\mathbf{C})$ がこれから求めるべきものである。これを Schrödinger 方程式に代入すると

$$(E_n(\mathbf{R}(t)) - \hbar \dot{\Gamma}(t)) \psi_n(t) + i\hbar \exp\left[-i \int_0^t E_n(\mathbf{R}(t')) dt'\right] e^{i\Gamma(t)} \nabla_{\mathbf{R}} |n, \mathbf{R}(t)\rangle \cdot \dot{\mathbf{R}} = E_n(\mathbf{R}(t)) \psi_n(t)$$

これを整理して

$$\dot{\Gamma}(t) |n, \mathbf{R}(t)\rangle - i \nabla_{\mathbf{R}} |n, \mathbf{R}(t)\rangle \cdot \dot{\mathbf{R}} = 0$$

$|n, \mathbf{R}(t)\rangle$ との内積をとった後に時間積分をパラメータ空間内の閉じた経路 \mathbf{C} 上で実行して (図 4)

$$\Gamma(\mathbf{C}) = i \oint_{\mathbf{C}} \langle n, \mathbf{R} | \nabla_{\mathbf{R}} |n, \mathbf{R}\rangle \cdot d\mathbf{R} \quad (6.2)$$

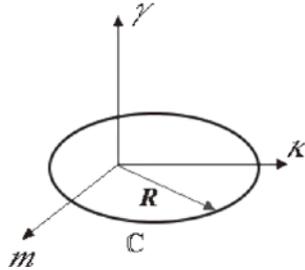


図 4. パラメータ空間内での積分経路 \mathbf{C} 。

Stokes の定理を使い、これは次のように変形できる：

$$\begin{aligned} \Gamma(\mathbf{C}) &= i \int_S \nabla_{\mathbf{R}} \times \langle n, \mathbf{R} | \nabla_{\mathbf{R}} |n, \mathbf{R}\rangle \cdot d\mathbf{S} \\ &= i \int_S \nabla_{\mathbf{R}} \langle n, \mathbf{R} | \times \nabla_{\mathbf{R}} |n, \mathbf{R}\rangle \cdot d\mathbf{S} \\ &= i \int_S \sum_m \nabla_{\mathbf{R}} \langle n, \mathbf{R} | m, \mathbf{R}\rangle \times \langle m, \mathbf{R} | \nabla_{\mathbf{R}} |n, \mathbf{R}\rangle \cdot d\mathbf{S} \end{aligned}$$

S は \mathbf{C} を境界とする面である。上の式で、右辺の $\nabla_{\mathbf{R}}$ は量子数 n の状態にのみ作用する。明らかに $m \neq n$ の状態が右辺に寄与する。ここで $m \neq n$ に対する次の等式を使う：

$$\nabla_{\mathbf{R}} \langle n, \mathbf{R} | m, \mathbf{R}\rangle = -\frac{\langle n, \mathbf{R} | \nabla_{\mathbf{R}} H | m, \mathbf{R}\rangle}{E_m - E_n}, \quad \langle m, \mathbf{R} | \nabla_{\mathbf{R}} |n, \mathbf{R}\rangle = \frac{\langle m, \mathbf{R} | \nabla_{\mathbf{R}} H | n, \mathbf{R}\rangle}{E_m - E_n}$$

*最初の式は以下のようにして導かれる。 $n \neq m$ のとき $\langle n | m \rangle = 0$ なので $\langle n | H | m \rangle = 0$ である。これらの式の両辺を \mathbf{R} で微分して

$$\begin{aligned} (\nabla_{\mathbf{R}} \langle n, \mathbf{R} |) | m, \mathbf{R} \rangle + \langle n, \mathbf{R} | (\nabla_{\mathbf{R}} | m, \mathbf{R} \rangle) &= 0 \\ (\nabla_{\mathbf{R}} \langle n, \mathbf{R} |) H | m, \mathbf{R} \rangle + \langle n, \mathbf{R} | \nabla_{\mathbf{R}} H | m, \mathbf{R} \rangle + \langle n, \mathbf{R} | H \nabla_{\mathbf{R}} | m, \mathbf{R} \rangle &= 0 \end{aligned}$$

である。すべての n について $H | n \rangle = E_n | n \rangle$, $\langle n | H = \langle n | E_n$ であるから 2 番目の式は

$$E_m (\nabla_{\mathbf{R}} \langle n, \mathbf{R} |) | m, \mathbf{R} \rangle + E_n \langle n, \mathbf{R} | (\nabla_{\mathbf{R}} | m, \mathbf{R} \rangle) = -\langle n, \mathbf{R} | \nabla_{\mathbf{R}} H | m, \mathbf{R} \rangle$$

となる。これに 1 番目の式を用いると

$$(E_m - E_n) \nabla_{\mathbf{R}} \langle n, \mathbf{R} | m, \mathbf{R} \rangle = -\langle n, \mathbf{R} | \nabla_{\mathbf{R}} H | m, \mathbf{R} \rangle$$

となり求める関係式が得られる。左辺の $\nabla_{\mathbf{R}}$ は $\langle n, \mathbf{R} |$ にのみ作用する。

したがって

$$\Gamma(\mathbb{C}) = -i \int_{\mathcal{S}} \sum_{m \neq n} \frac{\langle n, \mathbf{R} | \nabla_{\mathbf{R}} H | m \rangle \times \langle m | \nabla_{\mathbf{R}} H | n, \mathbf{R} \rangle}{(E_m - E_n)^2} \cdot d\mathcal{S}$$

という Berry の定理を得る。異なる準位の固有値が一致するようなパラメータ空間内の点があれば、そこから $\Gamma(\mathbb{C})$ への非自明な寄与が生じるだろう。

$|n, \mathbf{R}\rangle$ はパラメータ空間内での状態ベクトルの移動を規定する。 $\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R} + \delta\mathbf{R}$ に対し状態が $|n, \mathbf{R}\rangle \rightarrow |n, \mathbf{R}\rangle + \delta|n, \mathbf{R}\rangle$ と変化したとする。平行移動によって内積は不変なので

$$\langle n, \mathbf{R} | \delta|n, \mathbf{R}\rangle = 0$$

である。この移動で状態が $\delta|n, \mathbf{R}\rangle = i d\Gamma |n, \mathbf{R}\rangle + d|n, \mathbf{R}\rangle$ のように新たに非可積分の位相を生みながら変化するならば

$$d\Gamma = i \langle n, \mathbf{R} | d|n, \mathbf{R}\rangle = i \langle n, \mathbf{R} | \nabla |n, \mathbf{R}\rangle \cdot d\mathbf{R}$$

である。これを積分したものが (6.2) である。

このように、閉じた経路上でのベクトルの移動は回転を生む。図 5 から分かるように、回



図 5. 曲面上の平行移動は回転を伴う。ある方向を向いた矢印があって、A を出発して B → C → A と平行移動し、元に戻ると矢印は向きを変えている。

転の大きさと向きは経路によって決まるので、閉経路と回転を対応させることができる。これをホロノミーと呼ぶ。特に、経路を辿って元に戻ったとき向きが変わる現象をアンホロノミーということがある。向き付けした経路の集合は、要素間に積を定義すれば回転群と同型で、ホロノミー群と呼ばれる群をつくる。“幾何学的位相”は、パラメータ空間上のホロノミー群におけるアンホロノミー現象に他ならない。

物理に話を戻すと、位相生成の結果を得るのには、ハミルトニアンが時間発展を生成することと、状態が規格化可能であることだけが必要である。ハミルトニアンがエルミットである必要はない。Bateman ハミルトニアンも波動関数もこの条件を満たす。また、量子数が同じで互いに時間反転共役な状態の単位は臨界点で同一値をとる。すなわちレベル交差が起きる。Bateman 系でも幾何学的位相が生じることが予想される。

簡単のため基底状態、すなわち (6.1) で $n=0$ の状態を取り上げる。モデルパラメータ依存性は R_k を通して現れる。そこで、ある一つの k に対し (6.2) に基づいて

$$\Gamma = i \oint \int \Pi_i \tilde{\psi}_0(\zeta_{i,k}) [\partial \Pi_i \psi_0(\zeta_{i,k}) / \partial R_k] d\zeta_{i,k} dR_k \quad (6.3)$$

を計算しよう。(6.3) では、まず $\zeta_{i,k}$ 積分を R_k を固定して実行し、次いで R_k 積分を分岐点

$$R_k = 0 \quad (6.4)$$

を避けるように行う。(6.1c) より、積分路は $\bar{k}=1$ を囲んでいる。また、パラメータ空間内を 1 周する (一般に l を整数として l 周するが、ここでは簡単のため $|l|=1$ とする) ということは、パラメータの位相が 0 から 2π まで変化するとき、 R_k の位相は 0 から π または $-\pi$ まで変化するということである。 R_k を $\bar{k}=1$ (すなわち $k_0=|k|$) のまわりに巾展開すると、(6.1c) より

$$R_k \approx \frac{4\sqrt{2}m\kappa}{\gamma} (\bar{k}-1)^{1/2} = \frac{4\sqrt{2}m\kappa}{\gamma\sqrt{k_0}} (|k|-k_0)^{1/2}, \quad k_0 = \frac{2(m\kappa)^{1/2}}{\gamma}$$

となる。パラメータ空間でループを 1 周することにして、またパラメータを複素数にしてもハミルトニアンが時間並進を生成するという性質は変わらないことに注意して $m \rightarrow m + m\varepsilon_1 e^{i\theta}$, $\kappa \rightarrow \kappa + \kappa\varepsilon_2 e^{i\theta}$, $\gamma \rightarrow \gamma + \gamma\varepsilon_3 e^{\pm i\theta}$ とおいて

$$k_0 \rightarrow k_0 \left(1 + \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} e^{i\theta} - \varepsilon_3 e^{\pm i\theta} \right)$$

となる。簡単のために $m-\kappa$ 面に平行な面での積分を実行することにして $\varepsilon_3 = 0$ とおくと

$$R_k \approx \frac{4\sqrt{2}m\kappa}{\gamma\sqrt{k_0}} \sqrt{k_0 \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2}} e^{i\theta/2} \equiv \varepsilon e^{i\theta/2}$$

このことから ε を定数として $R_k = \varepsilon e^{i\theta/2}$, $0 \leq \theta < 2\pi$, 積分要素 dR_k は $(iR_k/2)d\theta$ とおくことができる。 $\bar{k} = 1$ に対応する一つの波数だけを選択的に取り囲む必要があるので, ε は大きすぎてはいけない。系の典型的なサイズを L とすると, 隣接する k までは $O(2\pi/L)$ だけ離れているので, 積分路 C の大きさに対応する波数変化の大きさ Δk は $\Delta k < O(2\pi/L)$ でなければならない。(6.1c) より

$$\varepsilon \sim \frac{4m\kappa}{\gamma} \frac{\sqrt{2}}{2} (\Delta k)^{1/2} \sim \frac{2\sqrt{2}m\kappa}{\gamma} \left(\frac{\Delta k}{k_0} \right)^{1/2}$$

であるから

$$\varepsilon < \frac{2(m\kappa)^{3/4}}{\gamma^{1/2}} O\left(\frac{2\pi}{L}\right)^{1/2}$$

のように ε をとればよい。

第3節で, 我々は $R_k \zeta_{i,k}^2$ は実数になるように積分路を選んだ。したがって, θ 依存性は波動関数の振幅 $(R_k / (\pi\hbar))^{1/4}$ のみから現れる。すると Γ は

$$\begin{aligned} \Gamma &= i \oint \int \left(\frac{R_k^*}{\pi\hbar} \right)^{1/4} \frac{d}{d\theta} \left(\frac{R_k}{\pi\hbar} \right)^{1/4} e^{-R_k(\zeta_{1,k}^2 + \zeta_{2,k}^2)/\hbar} d\zeta_{1,k} d\zeta_{2,k} d\theta \\ &= -\frac{1}{8} \oint d\theta = -\frac{\pi}{4} \end{aligned} \quad (6.5)$$

のように求められる。この結果は, Blasone & Jizba (2004) が Bateman 系の $O(2,1)$ または $SU(1,1)$ 表現 (Feshbach & Tikochinsky 1977, Celeghini et al. 1992) のもとで得られる規格化不可能な波動関数に対して求めた “Berry-Anandan 位相” の $1/4$ の値である (Takahashi 2019)。

連続体では, (6.4) を満たす複数の k が存在する。1次元では, k が (6.4) を満たせば $-k$ も (6.4) を満たす。分岐点 (6.4) を囲む自由度は2倍になるので Γ も2倍になる:

$$\Gamma = -\frac{\pi}{2}, \quad (1 \text{次元}) \quad (6.6)$$

この結果は, 振れがある1次元媒体中で進行波が偏極していれば観測可能な効果をもたらすであろうことを示している (Berry 1987)。高次元では, Γ は -2π の整数倍で, 観測にかかる効果を生じない。

まとめると, 幾何学的位相はハミルトニアン の準位交差に応じて現れ, 1次元の場合に非自明な効果をもたらす。

7. エネルギーの定義と基底状態および粒子数

これまでの議論で、ハミルトニアン \hat{H}_B は臨界点を除き 2つの分岐から構成されること、固有値は過減衰領域では虚数、過少減衰領域では複素数であり虚部が換算角周波数を与えることを見た。換算角周波数 reduced frequency は次式で与えられる：

$$\text{Im}(\lambda_{i,k}) = \pm \frac{1}{2m} \sqrt{4m\kappa_k - \gamma_k^2} \quad (\bar{k} < 1)$$

2つの固有値は $\bar{k} = 1$ で一致し $-2i\kappa/\gamma$ となる。

\hat{H}_B は時間並進を生成するが、力学エネルギーではない。物理現象の理解にエネルギーの同定は大変有益なのだが、あいにく Bateman 系のエネルギーを決める正準的な方法は存在しない。議論をさらに進めるためには、一度古典力学に立ち戻るのがよい。

古典力学では、観測変数は位置が ζ_k 、速度は $\dot{\zeta}_k$ である。物理的に意味のある理論を構成するには、これらの ζ 表示 (4.5), (4.7) をもとに ζ 表示のエネルギーをつくる必要がある。

古典力学との類比で、エネルギー演算子として運動エネルギーとポテンシャルエネルギーの和をつくろう。座標と運動量は (4.7a) と (4.7b) で与えられるので、エネルギーは

$$\begin{aligned} \hat{K}(t) &\equiv \sum_k \left(\frac{1}{2m} \Pi_k(t) \Pi_{-k}(t) + \frac{\kappa_k}{2} \zeta_k(t) \zeta_{-k}(t) \right) \\ &= \sum_k \hbar \sqrt{\frac{\kappa}{m}} |\mathbf{k}| \left(\tilde{A}_k(t) A_k(t) + \frac{1}{2} \right) \end{aligned} \quad (7.1)$$

となる。1行目の括弧の中の第1項が運動エネルギー、第2項がポテンシャルエネルギーである。ここで

$$\begin{aligned} A_k(t) &= \frac{1}{\sqrt{2\hbar}} \left((m\kappa_k)^{-1/4} \Pi_{-k}(t) - i(m\kappa_k)^{1/4} \zeta_k(t) \right) \\ \tilde{A}_k(t) &= \frac{1}{\sqrt{2\hbar}} \left((m\kappa_k)^{-1/4} \Pi_k(t) + i(m\kappa_k)^{1/4} \zeta_{-k}(t) \right) \end{aligned} \quad (7.2)$$

同時交換関係は

$$[A_k(t), \tilde{A}_{k'}(t)] = \delta_{k,k'} . \quad (7.3)$$

である。他は 0 になる。(7.1) と (7.3) より、 $A_k(t)$ と $\tilde{A}_k(t)$ は波数ベクトル \mathbf{k} の準粒子の消滅と生成の演算子である事が推測できる。

7.1 エネルギー：過減衰領域

過減衰なので $w_k < 1$ である。基底状態 $|\mathbf{0}; t\rangle$ を

$$\text{すべての } \mathbf{k} \text{ に対し } A_k(t) |\mathbf{0}; t\rangle = 0 \quad (7.4)$$

によって定義する。この状態は時間に依存する。すると \hat{K} の固有状態は

$$|\{n_k, \mathbf{k}\}\rangle = \prod_k \tilde{A}_k(t)^{n_k} / \sqrt{n_k!} |\mathbf{o}; t\rangle \quad (7.5a)$$

$$\hat{K} |\{n_k, \mathbf{k}\}\rangle = \hbar \sum_k n_k \omega_k |\{n_k, \mathbf{k}\}\rangle \quad (7.5b)$$

$$\omega_k \equiv \sqrt{\kappa/m} |\mathbf{k}| \quad (7.5c)$$

(7.4) と (7.2) より, 基底状態の波動関数は ζ 表示では

$$\psi_{\mathbf{o}, \mathbf{k}} = \left(\sqrt{m\kappa_k} / \hbar \right)^{1/2} \exp\left(-\sqrt{m\kappa} \zeta_k^2 / 2\hbar \right) \quad (7.6)$$

のすべての \mathbf{k} についての積で表される。

\hat{K} の固有状態は一般に時間に依存するが, 固有値は時間によらない定数である。エネルギースペクトルは散逸がない弾性体の音響的フォノンのものと一致する。 \hat{K} に散逸を取り入れるためには, ζ_k と Π_k の非エルミットな相互作用, またはエネルギーを吸収する環境を表す新たな項が必要である。

大きい自由度で ζ_k および/または Π_k とランダムに相互作用する環境または熱浴を系に取り入れる Langevin 方程式の方法がある (Ford et al. 1965, Ford et al. 1988)。あるいは, Bateman 系のように, 環境との相互作用を非線形項で表す方法もある (Kostin 1972, Hasse 1975)。 \hat{K} を拡張して環境の効果を取り入れることは将来の課題であり, この問題は本稿では扱わない。

A_k と \tilde{A}_k はこれまで用いてきた $a_{i,k}$ と $\tilde{a}_{i,k}$ で次のように表される:

$$\begin{aligned} A_k(t) &= \frac{1}{2} \left(D_{+,k}^{(o)} \alpha_k(t) + D_{-,k}^{(o)} \tilde{\alpha}_{-k}(t) \right) \\ \tilde{A}_k(t) &= \frac{1}{2} \left(D_{+,k}^{(o)} \tilde{\alpha}_k(t) + D_{-,k}^{(o)} \alpha_{-k}(t) \right) \end{aligned} \quad (7.7)$$

ここで

$$\alpha_k(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(-i a_{1,k}(t) + a_{2,k}(t) \right), \quad \tilde{\alpha}_k(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(i \tilde{a}_{1,k}(t) + \tilde{a}_{2,k}(t) \right) \quad (7.8a)$$

$$D_{\pm,k}^{(o)} = \left(\frac{1-w_k}{w_k} \right)^{1/4} \pm \left(\frac{w_k}{1-w_k} \right)^{1/4} = (\bar{k}^2 - 1)^{1/4} \pm (\bar{k}^2 - 1)^{-1/4} \quad (7.8b)$$

$D_{\pm,k}^{(o)}$ は過減衰領域では実数である。基底状態は, (7.4) と (7.7) から

$$\begin{aligned} |\mathbf{o}; t\rangle &= \prod_k C_k^{1/2} \exp\left[-\frac{1}{2} R_k \tilde{\alpha}_k(t) \tilde{\alpha}_{-k}(t) \right] |0\rangle \\ \langle \mathbf{o}; t| &= \prod_k C_k^{1/2} \langle 0| \exp\left[-\frac{1}{2} R_k \alpha_k(t) \alpha_{-k}(t) \right] \end{aligned} \quad (7.9)$$

のように構成される。 C_k は規格化因子で, R_k は

$$R_k = D_{-,k}^{(0)} / D_{+,k}^{(0)} \quad (7.10)$$

である。一見、 $h(x)$ を任意の正則な関数として $h(-i\tilde{\alpha}_{1,k}(t) + \tilde{\alpha}_{2,k}(t))$ という因子も A_k と交換するので許されるように思えるが、 $-i\tilde{\alpha}_{1,k}(t) + \tilde{\alpha}_{2,k}(t)$ は我々が採用した ζ 表示とは異なった表示に属するので、ここでは使えない。公式 $\langle 0 | \exp(x\alpha_k\alpha_{-k}) \exp(x\tilde{\alpha}_k\tilde{\alpha}_{-k}) | 0 \rangle = (1-x^2)^{-1}$ を使くと C_k は

$$C_k = 1 - R_k^2, |C_k| < 1 \quad (7.11)$$

で与えられることが分かる。

$$\langle \mathbf{o}; t | 0 \rangle = \prod_k C_k^{1/2} = \exp\left(\frac{1}{2} V \int \ln C_k d\mathbf{k} / (2\pi)^3\right) \quad (7.12)$$

より、体積 V が有限とすると、真空は基底状態の一定の割合を占める。 $V \rightarrow \infty$ のときは、 $\ln C_k < 0$ であるから (7.12) は 0 となる。

α_k 粒子 (a 粒子と同様の定義) の数の期待値は

$$\langle \mathbf{o}; t | \tilde{\alpha}_k(t) \alpha_k(t) | \mathbf{o}; t \rangle = R_k^2 \langle \mathbf{o}; t | \alpha_{-k}(t) \tilde{\alpha}_{-k}(t) | \mathbf{o}; t \rangle = R_k^2 \langle \mathbf{o}; t | (1 + \tilde{\alpha}_{-k}(t) \alpha_{-k}(t)) | \mathbf{o}; t \rangle$$

を使って

$$\langle n_\alpha(\mathbf{k}) \rangle \equiv \langle \mathbf{o}; t | \tilde{\alpha}_k(t) \alpha_k(t) | \mathbf{o}; t \rangle = \frac{R_k^2}{1 - R_k^2} = \frac{D_{-,k}^{(0)2}}{4} \quad (7.13)$$

同様に a 粒子 (α 粒子と同様な定義による) の数は

$$\begin{aligned} a_{1,k}(t) | \mathbf{o}; 0 \rangle &= -\left(i/\sqrt{2}\right) R_k e^{-\lambda_1 k t} \tilde{\alpha}_{-k}(t) | \mathbf{o}; 0 \rangle \\ a_{2,k}(t) | \mathbf{o}; t \rangle &= -\left(1/\sqrt{2}\right) R_k e^{-\lambda_2 k t} \tilde{\alpha}_{-k}(t) | \mathbf{o}; 0 \rangle \end{aligned} \quad (7.14)$$

を使って

$$\langle n_\alpha(\mathbf{k}) \rangle = \langle \mathbf{o}; t | n_{i,k} | \mathbf{o}; t \rangle = \frac{R_k^2}{2} \langle \mathbf{o}; t | \alpha_{-k}(t) \tilde{\alpha}_{-k}(t) | \mathbf{o}; t \rangle = \frac{R_k^2}{2(1 - R_k^2)} \quad (7.15)$$

となる。したがって、 $\langle n_\alpha(\mathbf{k}) \rangle = 2 \langle n_a(\mathbf{k}) \rangle$ である。

$D_{\pm,k}^{(0)2}$ は $\bar{k} \rightarrow 1$ または $\bar{k} \rightarrow \infty$ で発散し、 $\bar{k} = \sqrt{2}$ で最小値をとる。(ここで $D_{-,k}^{(0)}$ は 0 になる。) よって、 α 粒子数は \bar{k} が 1_+ (臨界点) から $\sqrt{2}$ を経て ∞ (短波長極限あるいは 0 質量極限) まで増加するにしたがい、 ∞ から 0 に減少し再び ∞ に発散する。 $|\mathbf{k}| = \infty$ は現実的でないので、 $\bar{k} = \infty$ を実現する 2 つの可能性が残る。1 つは質量が 0 でもう 1 つは弾性力が存在しないことである。いずれの場合も、運動は振動がない純粋減衰で、フォノンはつくられない。つまり、 $\langle \mathbf{o}; t | n_{i,k} | \mathbf{o}; t \rangle$ が $\bar{k} = \infty$ で発散するということは、 a 粒子あるいは α 粒子が散逸によって生成される Bose 粒子であることを意味する。これらは散逸子 dissipaton と呼ぶのが適当

であろう。

対照的に、臨界点 $\bar{k}=1$ は有限の波数 $|\mathbf{k}|=k_0=2\sqrt{m\kappa}/\gamma$ で実現する。この周辺でもボソン凝縮が起きる。しかし $\langle \mathbf{o}; t | n_{i,k} | \mathbf{o}; t \rangle$ は散逸の直接の指標にはならない。それは、 $\langle \mathbf{o}; t | n_{i,k} | \mathbf{o}; t \rangle$ は $\bar{k}=\sqrt{2}$ で 0 になるのであるがそこは過減衰領域内で散逸は起きているからである。このことの物理的意味は不明である。

臨界減衰 ($\bar{k}=1$) では、Bateman 系の独立な運動は

$$\xi_k(t) = e^{-|\gamma k/(2m)t}, \quad te^{-|\gamma k/(2m)t} \quad (7.16)$$

である。(7.16) の 1 番目の運動は

$$\dot{\xi}_k + \frac{\gamma k}{2m} \xi_k = 0 \quad (7.17)$$

によって記述されるものであるが、これは Bateman 部分系の散逸方程式である。つまり、ここでも $\langle \mathbf{o}; t | n_{i,k} | \mathbf{o}; t \rangle$ の発散が純粹散逸と結びついている事が分かる。(7.16) の 2 番目の解は増加後の減衰を表すので Bateman 部分系とはならず、我々の量子化法には取り入れられない。

$\hat{K}(t)$ は $|\{n_k\}\rangle = \prod_k \tilde{\alpha}_k^{n_k}(t) / \sqrt{n_k!} | \mathbf{o}; t \rangle$ によって張られる Fock 空間に作用する力学エネルギー演算子と見なすことができる。これらの自己相関関数は第 8 節で調べる。

7.2 エネルギー：過少減衰領域

過少減衰領域でのエネルギー演算子として、古典力学との類比からここでも (7.1) の表現を採用する。ハミルトニアン固有値 $\lambda_{i,k}$ は (5.1) で与えられる。基本的には、過少減衰領域での物理量は過減衰領域での表示で $\sqrt{1-w_k} \rightarrow i\sqrt{w_k-1}$ という解析接続の置き換えをすればよい。ただし、座標演算子 (5.4) と運動量演算子 (5.5) をエネルギー演算子 (7.1) に代入すると、過少減衰領域の $D_{\pm,k}^{(u)}$ は過減衰領域での $D_{\pm,k}^{(o)}$ で $1-w_k \rightarrow w_k-1$ の置き換えをしたもので与えられることがわかる。すなわち

$$D_{\pm,k}^{(u)} = \left(\frac{w_k-1}{w_k} \right)^{1/4} \pm \left(\frac{w_k}{w_k-1} \right)^{1/4} = (1-\bar{k}^2)^{1/4} \pm (1-\bar{k}^2)^{-1/4} \quad (7.18)$$

基底状態は、(7.9), (7.10) で $D_{\pm,k}^{(o)}$ を $D_{\pm,k}^{(u)}$ で置き換えたものになる。 $|D_{\pm,k}^{(u)}|$ は \bar{k} が 0 から 1 まで増える間に、最小値 ($D_{\pm,k}^{(u)}$ は 2, $D_{\pm,k}^{(u)}$ は 0) から無限大まで単調に増加する。 α 粒子の数は (7.13) により $\langle n_\alpha(\mathbf{k}) \rangle = D_{-,k}^{(u)2} / 4$ となり $\bar{k} \rightarrow 1$ で発散する。ボソン凝縮である。 $k_0 \equiv 2\sqrt{m\kappa}/\gamma$ なので、 $\bar{k} \rightarrow 1$ は $\gamma \rightarrow 0$ ならば $|\mathbf{k}| \rightarrow \infty$ を意味し非物理的である。言い換えれば、ボソン凝縮は散逸率が有限のもとで起きなければならない。ここでのボソンも散逸と

結びついている。

$\bar{k} \rightarrow 0$ の極限で $D_{-,k}^{(u)}$, 従って α 粒子の数は 0 である。 $\langle n_\alpha(\mathbf{k}) \rangle$ を \bar{k} の関数として図 3 に描いておいた。 \bar{k} が 1 に近づくとつれ急激に増大する。全粒子数密度は d 次元で

$$n_\alpha^{(u)} \equiv \frac{k_0^d}{(2\pi)^d} \int_{\bar{k} \leq 1} d^d \bar{k} \langle n_\alpha(\mathbf{k}) \rangle = C_d k_0^d \quad (7.19)$$

$$C_1 = \frac{1}{8\pi} \left(\frac{3\pi}{4} - 2 \right), \quad C_2 = \frac{1}{24\pi}, \quad C_3 = \frac{1}{8\pi^2} \left(\frac{5\pi}{16} - \frac{2}{3} \right)$$

のようになる。過減衰の場合と同様、 α 粒子の数の発散は臨界点で起きる。にもかかわらず、 A_k と \tilde{A}_k で構成される物理量は全領域で有限である。

8. 自己相関関数

8.1 過減衰領域

$\hat{K}(t)$ の固有値は時間に依存しないので、散逸はどのように表現されるのかという疑問が生じる。この答を探すために、ここでは基底状態の性質を自己相関関数を頼りに調べる。

$|\mathbf{o}; 0\rangle$ と $|\mathbf{o}; t\rangle$ の内積は状態を R_k の級数に展開し、交換関係

$$[\alpha_k(t), \tilde{\alpha}_k(0)] = g_k^{(o)}(t) \quad (8.1)$$

を使って求められる。ここで $g_k^{(o)}(t)$ は (4.22b) で定義されている。結果は

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{o}; t | \mathbf{o}; 0 \rangle &= \prod_{(k)} C_k^2 \sum_{n,m=0}^{\infty} \frac{(-R_k)^{n+m}}{n!m!} n!m! \delta_{n,m} g_k^{(o)}(t)^{2n} \\ &= \prod_{(k)} \frac{C_k^2}{1 - R_k^2 g_k^{(o)}(t)^2} \end{aligned} \quad (8.2)$$

となる。ここで、積記号の下の (\mathbf{k}) は、 \mathbf{k} か $-\mathbf{k}$ のいずれか 1 方のみ含むことを意味する。 $\langle \mathbf{o}; t | \mathbf{o}; 0 \rangle$ は $t \rightarrow \infty$ で 0 にならない。(7.12) より

$$\langle \mathbf{o}; \infty | \mathbf{o}; 0 \rangle = |\langle \mathbf{o}; t | 0 \rangle|^2 = \prod_{(k)} C_k^2 \quad (8.3)$$

すなわち、基底状態 $|\mathbf{o}; t\rangle$ は $t=0$ の情報を完全には失わない (α 粒子の真空 $|0\rangle$ の成分を残し続ける)。この特性は、粘弾性で見られる緩和過程に似ている：初期の負荷による応力変形は時間と共に減少するが完全には無くならない。

無次元の自己相関関数を

$$G_k^{(o)}(t) = \begin{cases} (\gamma_k \delta_k^{(o)} / \hbar) \langle \mathbf{o}; t | \zeta_{-k}(t) \zeta_k(0) | \mathbf{o}; 0 \rangle \langle \mathbf{o}; t | \mathbf{o}; 0 \rangle^{-1}, & t > 0 \\ (\gamma_k \delta_k^{(o)} / \hbar) \langle \mathbf{o}; 0 | \zeta_{-k}(0) \zeta_k(t) | \mathbf{o}; t \rangle \langle \mathbf{o}; 0 | \mathbf{o}; t \rangle^{-1}, & t < 0 \end{cases} \quad (8.4)$$

で定義する。 $\langle \mathbf{o}; t | \mathbf{o}; 0 \rangle$ で規格化したのは、基底状態自身の時間変化の効果を取り除くためである。粘弾性の観点からは、 $G_k^{(o)}(t)$ は異なった時刻での応力変形のうちモード k 同士の相関を表す。 $\zeta_{i,k}(t)$ に対する表式 (4.5a), および (7.8a) から $\zeta_k(t) = \zeta_{1,k}(t) + \zeta_{2,k}(t)$ を

$$\zeta_k(t) = i \sqrt{\frac{\hbar}{\gamma_k \delta_k^{(o)}}} (\alpha_k(t) - \tilde{\alpha}_{-k}(t)) \quad (8.5)$$

と表し、これを (8.4) に代入すると

$$G_k^{(o)}(t > 0) = \frac{(1 + R_k)^2 g_k^{(o)}(t)}{1 - R_k^2 g_k^{(o)}(t)^2} \quad (8.6)$$

を得る。 $g_k^{(o)}(t)$ は (4.22b) で与えられている。ここで下記の公式を使った：

$$\langle \mathbf{o}; t | \tilde{\alpha}_k(t) \alpha_k(0) | \mathbf{o}; 0 \rangle = \langle \mathbf{o}; t | \mathbf{o}; 0 \rangle \frac{R_k g_k^{(o)}(t)}{1 - R_k^2 g_k^{(o)}(t)^2} \quad (8.7a)$$

$$\langle \mathbf{o}; t | \alpha_k(t) \tilde{\alpha}_k(0) | \mathbf{o}; 0 \rangle = \langle \mathbf{o}; t | \mathbf{o}; 0 \rangle \frac{g_k^{(o)}(t)}{1 - R_k^2 g_k^{(o)}(t)^2} \quad (8.7b)$$

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{o}; t | \alpha_k(t) \alpha_{-k}(0) | \mathbf{o}; 0 \rangle &= \langle \mathbf{o}; t | \tilde{\alpha}_k(t) \tilde{\alpha}_{-k}(0) | \mathbf{o}; 0 \rangle \\ &= -\langle \mathbf{o}; t | \mathbf{o}; 0 \rangle \frac{R_k g_k^{(o)}(t)}{1 - R_k^2 g_k^{(o)}(t)^2} \end{aligned} \quad (8.7c)$$

$G_k^{(o)}(t < 0)$ は、(8.6), (8.7) で単に $t \rightarrow -t$ とすればよい。 R_k は

$$R_k = \frac{\bar{k}^2 - 2}{\bar{k}^2 + 2\sqrt{\bar{k}^2 - 1}} \quad (8.8)$$

となる。 $\bar{k} \rightarrow 1$ で $R_k \rightarrow -1$ なので、この極限で $G_k^{(o)}(t)$ は 0 になる。つまり、臨界点ではボソン凝縮は非凝縮成分からの寄与を完全に打ち消すということである。

$G_k^{(o)}(t)$ は指数関数的に減少するだけなので、その Fourier 変換

$$\tilde{G}_k^{(o)}(\omega) \equiv \int_0^\infty G_k^{(o)}(t) \cos(\omega t) dt \quad (8.9)$$

は $\omega = 0$ にピークの中心がある分布を示す ((4.22) を見よ)。

8.2 過少減衰領域

無次元自己相関関数は (8.6) で $g_k^{(o)}(t)$ と $D_{\pm k}^{(o)}$ をそれぞれ (4.22) で与えられている $g_k(t)$ と (7.18) で与えられている $D_{\pm k}^{(u)}$ で置き換え、さらに R_k を

$$R_k = \frac{D_{-,k}^{(u)}}{D_{+,k}^{(u)}} = -\frac{1 - \sqrt{1 - \bar{k}^2}}{1 + \sqrt{1 - \bar{k}^2}} \quad (8.10)$$

として得られる。したがって最終的に

$$G_k^{(u)}(t > 0) = \frac{(1 + R_k)^2 g_k^{(u)}(t)}{1 - R_k^2 g_k^{(u)}(t)^2} \quad (8.11a)$$

$$\tilde{G}_k^{(u)}(\omega) = \tilde{G}_k^{(o)}(\omega)|_{\sqrt{1-\omega_k} \rightarrow i\sqrt{\omega_k-1}} \equiv \int_0^\infty G_k^{(u)}(t) \cos(\omega t) dt \quad (8.11b)$$

となる。物理量については、過減衰の $\lambda_{i,k}$ で $\sqrt{\bar{k}^2 - 1} \rightarrow i\sqrt{1 - \bar{k}^2}$ の置き換えをすれば過減衰の物理量が求められる。 $\tilde{G}_k^{(u)}(\omega)$ の具体的な関数形を知るには数値計算に依るしかない。

$G_k^{(u)}(t)$ の時間依存性は図 6(a) に例が示されている。振動性の振る舞いはもちろん減衰率の虚部 $\text{Im} \lambda_{i,k} = \pm(2\kappa/\gamma)\bar{k}\sqrt{1 - \bar{k}^2}$ による。 \bar{k} が大きいほど減衰率は大きくなる。

$G_k^{(u)}(t)$ の \bar{k} 依存性を図 6(b) に示した。 \bar{t} が小さいとき、 $G_k^{(u)}(t)$ は単調に減少する。 $\bar{t} > 2.9$ で振動傾向が現れ、時間に依存するある特定の波数の振幅が強化される。 $G_k^{(u)}(t)$ は $\bar{k} = 1$ で 0 になり、そこで $G_k^{(o)}(t)$ に連続的に接続する。 $\bar{k} = 1$ ではやはり真空からの寄与と凝縮ボソンからの寄与は完全に打ち消し合うのである。 \bar{k} が小さい領域では $|R_k|$ も小さく、真空からの寄与が凝縮ボソンの効果を上回る。

分散関係は $\tilde{G}_k^{(u)}(\omega)$ の最大値の場所を探すことで決められる。そのために、(8.11b) の右辺の数値積分を行い、図 7 の結果を得た。調べた波数 $\bar{k} = 0.2, 0.4, 0.7$ について、 $0 \leq \bar{\omega} < 1$ の間に最大値が存在する。分散関係 $\bar{\omega}(\bar{k})$ は、波数ごとに最大値の位置を求めることで決定できる。結果は既に図 1 に示した通りである。

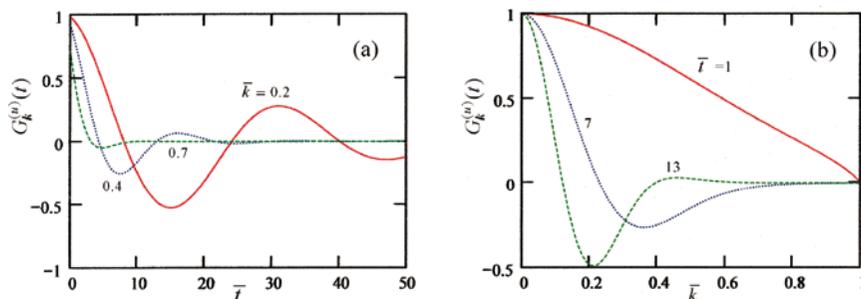


図 6. (a) : $G_k^{(u)}(t)$ の $\bar{t} \equiv (2\kappa/\gamma)t$ 依存性。 $\bar{k} = 0.2$ (実線), 0.4 (点線), 0.7 (破線)。(b) : $G_k^{(u)}(t)$ の $\bar{k} \equiv k/k_0$ 依存性。 $\bar{t} = 1$ (実線), (点線), 13 (破線)。分散式では虚部が支配的である。 $\bar{k} \approx 0.8$ を超えると $G_k^{(u)}(t)$ は振動性をほぼ失う (この図には示されていない)。

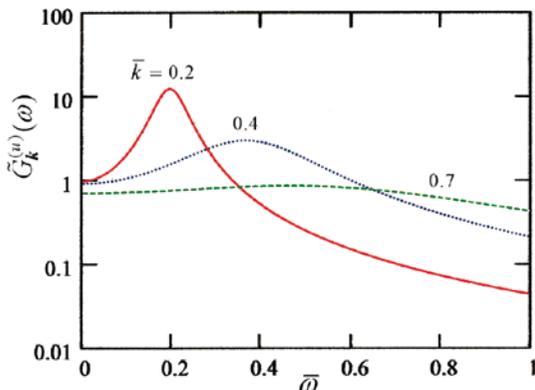


図7. $\tilde{G}_k^{(u)}(\omega)$ の $\bar{\omega} \equiv (\gamma/2\kappa)\omega \geq 0$ への依存性。実線: $\bar{k}=0.2$, 点線: 0.4, 破線: 0.7。

注目すべき2つの点がある。第1に、波数が小さいほど最大値ピークは鋭く、大きくなるに連れてぼやける。角周波数と波数との対応が、短波長ほどぼやけるということである。第2に、 $\bar{\omega}(\bar{k})$ の曲線が \bar{k} の増大とともに真空のもとでの分散式よりも早く下方に曲がる、つまりより早く減少するということである。これは基底状態でのボソン凝縮の効果で、もとを辿れば減衰因子 $\exp(-(\gamma/2m)t)$ の存在によるものである。見かけ上散逸がないエネルギー演算子 (7.1) を出発点として系の分析をしたのであるが、ここで見たように、相関関係の中に散逸は取り入れられているのである。

8.3 不確定性関係

これまで、我々は座標変数の相関関数を調べた。過減衰領域の場合を再掲すると、それらは自己相関関数と

$$G_k^{(o)}(t) = \begin{cases} (\gamma_k \delta_k^{(o)} / \hbar) \langle \mathbf{o}; t | \zeta_{-k}(t) \zeta_k(0) | \mathbf{o}; 0 \rangle \langle \mathbf{o}; t | \mathbf{o}; 0 \rangle^{-1}, & t > 0 \\ (\gamma_k \delta_k^{(o)} / \hbar) \langle \mathbf{o}; 0 | \zeta_{-k}(0) \zeta_k(t) | \mathbf{o}; t \rangle \langle \mathbf{o}; 0 | \mathbf{o}; t \rangle^{-1}, & t < 0 \end{cases} \quad (8.12)$$

の関係にある。 $t > 0$ の場合、上式で $t \rightarrow 0$ の極限をとると

$$G_k^{(o)}(t > 0) \equiv \frac{\gamma_k \delta_k^{(o)}}{\hbar \langle \mathbf{o}; t | \mathbf{o}; 0 \rangle} (\Delta \zeta_k)^2 = \frac{(1 + R_k)^2 g_k^{(o)}(t)}{1 - R_k^2 g_k^{(o)}(t)^2} \quad (8.13a)$$

$$\xrightarrow{t \rightarrow 0} \frac{1 + R_k}{1 - R_k} = \sqrt{k^2 - 1}$$

となる。過減衰領域では R_k は (8.8) で与えられる。(8.13a) は、揺らぎ $(\Delta \zeta_k)^2$ を散逸係数 γ_k^{-1} と関係づける量子論的揺動散逸定理である。 $t \rightarrow 0$ で $\langle \mathbf{o}; t | \mathbf{o}; 0 \rangle \rightarrow 1$ を考慮し (4.10) の $\gamma_k \delta_k^{(o)} = (4m\kappa/\gamma) \bar{k} \sqrt{k^2 - 1}$ を使うと

$$(\Delta\zeta_k)^2 = \frac{\hbar\gamma}{4m\kappa} \frac{1}{\bar{k}} = \frac{\hbar}{2} \frac{1}{\sqrt{m\kappa} |\mathbf{k}|} \quad (8.13b)$$

となる。最右辺は γ に依存せず、弾性係数を $\kappa\mathbf{k}^2$ としたときの調和振動子の量子揺らぎと一致する。

同様に、運動量の揺らぎは、相関関数

$$F_k^{(o)}(t) = \begin{cases} 1 / (\gamma_k \delta_k^{(o)} \hbar) \langle \mathbf{o}; t | \Pi_{-k}(t) \Pi_k(0) | \mathbf{o}; 0 \rangle \langle \mathbf{o}; t | \mathbf{o}; 0 \rangle^{-1}, & t > 0 \\ 1 / (\gamma_k \delta_k^{(o)} \hbar) \langle \mathbf{o}; 0 | \Pi_{-k}(0) \Pi_k(t) | \mathbf{o}; t \rangle \langle \mathbf{o}; 0 | \mathbf{o}; t \rangle^{-1}, & t < 0 \end{cases} \quad (8.14)$$

から求めることができる。 $\Pi_{1,k}$ と $\Pi_{2,k}$ に対する (5.4b) の表式を用いると、運動量は

$$\Pi_k(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\hbar\gamma_k \delta_k} (\tilde{\alpha}_k(t) + \alpha_{-k}(t)) \quad (8.15)$$

で与えられることが分かる。運動量の自己相関関数は $t > 0$ の場合に (8.15) を代入すると

$$\begin{aligned} F_k^{(o)}(t > 0) &\equiv \frac{1}{\hbar\gamma_k \delta_k^{(o)} \langle \mathbf{o}; t | \mathbf{o}; 0 \rangle} (\Delta\Pi_k)^2 = \frac{1}{4} \frac{(1-R_k)^2 g_k^{(o)}(t)}{1-R_k^2 g_k^{(o)}(t)^2} \\ &\xrightarrow{t \rightarrow 0} \frac{1}{4} \frac{1-R_k}{1+R_k} = \frac{1}{4} \frac{1}{\sqrt{\bar{k}^2 - 1}} \end{aligned} \quad (8.16a)$$

または

$$(\Delta\Pi_k)^2 = \hbar \frac{m\kappa}{\gamma} \bar{k} = \frac{\hbar}{2} \sqrt{m\kappa} |\mathbf{k}| \quad (8.16b)$$

(8.13b) と (8.16b) より

$$\Delta\zeta_k \cdot \Delta\Pi_k = \frac{\hbar}{2} \quad (8.17)$$

となり、Heisenberg の不確定性関係は成立している。ついでに、座標と運動量の相関を求めておくと、(8.5)、(8.15)、(8.7) より

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{o}; t | \Pi_k(t) \zeta_k(0) | \mathbf{o}; 0 \rangle &= \frac{i\hbar}{2} \langle \mathbf{o}; t | (\tilde{\alpha}_k(t) \alpha_k(0) - \tilde{\alpha}_k(t) \tilde{\alpha}_{-k}(0) + \alpha_{-k}(t) \alpha_k(0) - \alpha_{-k}(t) \tilde{\alpha}_{-k}(0)) | \mathbf{o}; 0 \rangle \\ &= \frac{i\hbar}{2} \langle \mathbf{o}; t | \mathbf{o}; 0 \rangle \left(\frac{R_k^2 g_k(t)}{1-R_k^2 g_k(t)^2} - \frac{g_k(t)}{1-R_k^2 g_k(t)^2} \right) \\ &\xrightarrow{t \rightarrow 0} -\frac{i\hbar}{2} \\ \langle \mathbf{o}; t | \zeta_k(t) \Pi_k(0) | \mathbf{o}; 0 \rangle &= -\langle \mathbf{o}; t | \Pi_k(t) \zeta_k(0) | \mathbf{o}; 0 \rangle \\ \langle \mathbf{o}; t | \Pi_{-k}(t) \zeta_k(0) | \mathbf{o}; 0 \rangle &= \langle \mathbf{o}; t | \zeta_k(t) \Pi_{-k}(0) | \mathbf{o}; 0 \rangle = 0 \end{aligned}$$

$|\Delta\zeta_k|$ は $\bar{k}^{-1/2}$ に比例し、 $|\Delta\Pi_k|$ は $\bar{k}^{1/2}$ に比例する。 \bar{k} が 1 から ∞ まで変化する間に、 $|\Delta\zeta_k|$ は $(\hbar\gamma/(4m\kappa))^{1/2}$ から 0 まで、 $|\Delta\Pi_k|$ は $(\hbar\gamma/(m\kappa))^{-1/2}$ から無限大まで単調に変化する。

1つの変数の不確定性の程度は、不確定性関係を保ちつつ波数に応じて有限値から0または無限大まで変化するので、基底状態は広義のいわゆるスクイーズド状態—squeezed state 圧搾状態—となる⁸。

過少減衰領域では、 R_k として(8.10)を用いると

$$\frac{1+R_k}{1-R_k} = \sqrt{1-\bar{k}^2}$$

となるので、 $\gamma_k \delta_k^{(u)}$ として(5.2b)を用い $0 < \bar{k} < 1$ とすれば、議論は過減衰領域の場合と全く同様である。すなわち、 $|\Delta\zeta_k|$ は $\bar{k}^{-1/2}$ に比例し、 $|\Delta\Pi_k|$ は $\bar{k}^{1/2}$ に比例する。 \bar{k} が0から1まで変化する間に、 $|\Delta\zeta_k|$ は無窮大から $(\hbar\gamma/(4m\kappa))^{1/2}$ まで、 $|\Delta\Pi_k|$ は0から $(\hbar\gamma/(m\kappa))^{-1/2}$ まで単調に変化する。

(8.13b)と(8.16b)より、 \bar{k} を変えることで、 $\Delta\zeta_k$ と $\Delta\Pi_k$ の大きさを変えることができることがわかる。位置(運動量)の不確定性は \bar{k} が大きいほど小さい(大きい)。

9. まとめ

本稿で、もともとは粒子の散逸運動を記述するために工夫されたBateman系を量子化したときに、その特性がどのような観測事実となって現れるかを研究のテーマとした。その目的のためには、もとのBateman系を現実の物理系と対応する連続体のBateman系に拡張することが最適で、それは粘弾性体の性質を持つ。この場合、ある1つのモデル内での波数ベクトルは、それを定めることによって過少減衰および過減衰領域を見るパラメータとして使うことができる。我々は、変数をBose場として量子化する際に、質点力学系としてのBateman系の量子化手順に従った(Takahashi 2018a, 2018b)。減衰運動の量子化により、ハミルトニアン固有値の2つの分岐に対応して2種のBose粒子— a 粒子 = 散逸子—が現れた。

2つの分岐が交差する臨界点が存在し、それは波動関数の特異点でもある。Berryの定理によれば、分岐の交差は幾何学的位相と関係している(Berry 1984)。我々は、1次元Bateman系について、波動関数の特異点を避けるようなパラメータ空間内の経路積分を行うことによってこのことを確かめた。2, 3次元では幾何学的位相は 2π の整数倍で、意味のある物理的効果は生じない。

Bateman系では、エネルギーを正準の手続きで定めることはできない。我々は、エネルギー演算子を古典力学との対応関係をもとにつくり、対角化によってさらにエネルギーの最低状

⁸ スクイーズド状態は、特に量子光学で重要な概念である。そこでは本稿とは異なった定義が用いられるが、ある変数の不確定性を増すことで他の変数の不確定性を抑えることができるという点は共通である。

態である並進対称な基底状態を構成した。エネルギー演算子の対角化は、 α 粒子を生成消滅する演算子の適当な線形結合— α 演算子—を採用することで可能になる。したがって、基底状態は α 粒子の凝縮状態となる。Heisenberg の不確定性関係は時間に依存しない形で満たされるが、位置と運動量それぞれの量子揺らぎは 0 から無限大までの値が許され、一方を大きくすることで他方を小さくできる。よって、Bateman 系の基底状態はいわゆるスクイーズド状態である。凝縮は波数が大きいときに顕著になるので、これは粘弾性体の細かい塑性変形を表すと考えられる。

Bateman 系の最大の特徴は、それが散逸系でありながら系の時間発展を生成するハミルトニアンを有するモデル族に属するという点である。その結果、1 次元連続体では非自明な幾何学的位相が生じることが示された。これは、実験的には光学的フォノンの干渉現象として観測されるはずである。Bateman 系の物理的妥当性はこの点の検証によって判断されるだろう。

参考文献

- Bateman H, 1931 "On dissipative systems and related variational principles" *Phys. Rev.* **38**, 815-819.
- Berry M V, 1984 "Quantal phase factors for accompanying adiabatic changes" *Proc. R. Soc. Lond. A* **392**, 45-57.
- Berry M V, 1987 "Interpreting the anholonomy of coiled light" *Nature* **326**, 277-278.
- Bjorken J D and Drell S D, 1965 *Relativistic quantum fields* (McGraw-Hill) p 20.
- Blasone M and Jizba P, 2004 "Bateman's dual system revisited: quantization, geometric phase and relation with the ground-state energy of the linear harmonic oscillator" *Ann. Phys.* **312**, 354-397.
- Celeghini E, Rasetti M and Vitiello G, 1992 "Quantum dissipation," *Ann. Phys.* **215**, 156-170.
- Christensen R M, 1982 *Theory of viscoelasticity* (Academic Press, New York) Chap. 1.
- Dedene G, 1980 "Oscillators and complex Hamiltonian calculus," *Phys. A* **103**, 371-378.
- Feshbach H and Tikochinsky Y, 1977 "Quantization of the damped harmonic oscillator," *N. Y. Acad. Sci.* **38**, 44-53.
- Ford G W, Kac M and Mazur P, 1965 "Statistical mechanics of assemblies of coupled oscillators," *J. Math. Phys.* **6**, 504-515.
- Ford G W, Lewis J T and O'Connell R F, 1988 "Quantum Langevin equation" *Phys. Rev. A* **37**, 4419-4428.
- Hasse R W, 1975 "On the quantum mechanical treatment of dissipative systems" *J. Math. Phys.* **16**, 2005-2011.
- Keizer J, 1987 *Statistical thermodynamics of nonequilibrium processes* (Springer, New York), Chap. 4.
- Kostin M D, 1972 "On the Schrödinger-Langevin equation" *J. Chem. Phys.* **57**, 3589-3591.
- Longuet-Higgins H C, 1975 "The intersection of potential energy surfaces in polyatomic molecules" *Proc. R. Soc. Lond. A* **344**, 147-156.
- Merkt F S, Deegan R D, Goldman D I, Rericha E C and Swinney H L "Persistent holes in a fluid" *Phys. Rev. Letters* **92**, 184501.
- Osswald T A and Rudolph N, 2014 *Polymer rheology: Fundamentals and applications* (Hanser Pub.,

- Munich). Partly available from https://www.hanserpublications.com/SampleChapters/9781569905173_9781569905173%20Polymer%20Rheology%20sample%20pages.pdf.
- Pancharatnam S, 1956 “Generalized theory of interference, and its applications Part I Coherent pencils,” *Proc. Ind. Acad. Sci* **XLIV** A, 247-252.
- Takahashi K, 2017 “Can the diffusion be quantized?,” *J. Human Info. (Tohoku Gakuin Univ.)* **22**, 21-27.
- Takahashi K, 2018a “On the quantization of the massless Bateman system,” *J. Math. Phys.* **59**, 032103.
- Takahashi K, 2018b “On the quantization of the massive Bateman system,” *J. Math. Phys.* **59**, 072108.
- Takahashi K, 2018c “Quantum theory of the Bateman system,” presented to *World Quantum Phys. Cong. 2018 (VBRI Press)*, Stockholm.
- Takahashi K, 2019 “On the quantization of the Bateman system of a continuum,” *J. Phys. Com.* **2**, 035005.
- キッテル [Kittel C] 1972 『固体の量子論』(堂山訳, 丸善), 第2章.
- 高橋光一 [Takahashi K] 2019 『散逸系の量子論』東北学院大学教養学部論集 **182**, pp 99-136.
-
- Lib. Arts Rev. (Tohoku Gakuin Univ.)* 2019, **184** 35-65.

【研究ノート】

中国大型国際的公共事業「一帯一路」とは

楊 世 英

はじめに

いうまでもなく、アジア地域は貧困人口の規模が大きいので、貧困問題を解決するための有効雇用の創出は鍵となる。つまり貧困人口に対する雇用機会を提供できるのは何により重要である。なぜならば、働くということは貧困緩和に対して最も有効な手法が証明されたからである。貧困緩和ないし貧困解決の手段に対して様々な先行研究はなされているにもかかわらず依然多くの課題が残されている。そこで本文はこれまでのアジア貧困問題に対する研究経緯を踏まえながら中国 2013 年から提唱した巨大インフラ輸出プロジェクト「一帯一路」を事例として取り上げ、公共事業投資により雇用機会を創出することで貧困緩和に一助するかが検討する。このような従来の考えはグローバル化時代において国境を超えて、異なる社会制度・政治制度・経済制度の国々において成立できるか。さらに各国が経済発展段階が異なるため、資本と労働をうまく融合できるのが問題となる。とくに社会インフラ整備に伴う大型プロジェクトの実施に伴う大量な熟練労働機会が創出されることは周知の通りである。

しかしアジア諸国には大量の未熟練労働者が存在している。決してこのような熟練労働の雇用機会を有効に利用できないかもしれない。このような疑問を持ちながらも、アジア貧困緩和を念頭に置いて産業循環論視点から、中国のシルクロードと 21 世紀海上シルクロードの貧困緩和の効果を検証できればこれまでの経済発展学理論に対して大きな貢献だと言える。

ここでは、いわゆるシルクロードと 21 世紀海上シルクロードは通常「一帯一路」(one belt and road)ともいう。旧シルクロードとは異なる「一帯一路」は中国政府主導でアジアだけではなく欧州にもアフリカにも大型インフラ輸出公共事業である。

1. 「一帯一路」と中国経済

いわゆる「一帯一路」とは 2013 年中国国家主席習近平氏が初提出した。つまり中国の改革・

開放モデルを成功経験として世界に輸出しようとしている。その決定過程は次の通りである。

2013年9月中国習近平国家主席がカザフタンのナザルバエフ大学での演説で「シルクロード構想」を提起して同年10月中国習近平国家主席がASEAN諸国を歴訪した際に、インドネシアの国会演説も「21世紀海上シルクロード構想」を再び提唱した。そして2013年12月中国中央経済工作会議で「シルクロード経済帯」プロジェクトを正式に確定された。通常は「一带一路」とも言う。その主要内容は6大経済回廊（中国パキスタン、CPECなど）を構築ながらインフラ輸出（鉄道・新幹線、高速道路、水路、空港、情報通信、天然ガスパイプ）を強化する。同時に3大経済輸出ロード（中国～中南米、中国～インド洋～アフリカ～南太平洋、中国～北極洋～EU（欧州））を確保すると同時に多国多角貿易を促進する。2019年4月時点で中国はすでに関連地域92カ国家（または国際組織）と共同事業推進のために開発協定を締結した。

そのなかで鉄道の例を挙げると中国とイギリスを結ぶ鉄道物流が急速に進んでいる。貨物列車は2017年1月1日中国浙江省義烏から発車して18日ロンドンに到着した。鉄道沿道はカザフスタン、ロシア、ベラルーシ、ポーランド、ドイツ、ベルギー、フランスを經由して12451キロを走破した。中国と鉄道で結ばれる欧州の都市はロンドンが15カ所目となる。

シルクロード構想と21世紀海上シルクロードが合体したものがシルクロード経済帯、すなわち「一带一路」である。過去のシルクロード構想はEU、欧州中心であったが、現在はアジア・太平洋も含めて経済の一体化を図ることを目的としている。

「一带一路」の意義は産業循環論視点からみることができる。産業循環論とは1次産業から2次産業、3次産業への流れが上手くつながるようにすれば社会が循環し、循環は生産、再生産する中で行われ、このバランスが崩れると社会が成り立たなくなるというものである。

中国が進める「一带一路」には、現在中国国内で生産過剰となっているインフラを輸出するとともに、中国の改革モデルを世界に輸出し、アピールしたいという思惑が背景にある。「一带一路」が大型インフラ輸出公共事業と呼ばれるのはそのためだ。中国が進める「一带一路」には、この思惑のほかにも中国が抱える問題が関係している。

中国は改革開放以来、上海を中心に経済特区を作り、成功した一方、東北部や中部、国境付近では発展が遅れている。中国はこれまで国際発展のため多額の投資をしてきたが、地域による貧富の格差は広がるばかりであり、中国の改革モデルには限界があると指摘する研究者もいる。現に中国国内では持続的な高度成長やGDPの数値に目を向けすぎて社会構造やインフラ整備が十分にできていない。

こうした現状を受け、中国は次のモデルへ転換、すなわち国際貿易モデルを目指そうとしている。生産過剰となっているものを海外へ輸出することで、就業機会の創出、所得拡大へ

つながり、格差是正を目指そうとしている。さらに海外から市場の運営ノウハウを学び、人民元での決済も考えている。

中国は中国製造 2025（産業高度化ロードマップ）という計画が進んでおり、世界製造センターは北米 NAFTA、欧州 EU、東南アジア EA を加えて CHINA を目指している。しかし相手国の産業構造とは必ずしも補完性があるとは言えない。社会政治情勢からの影響（マレーシア新幹線など中止）を考える必要がある。最近債務問題（借金漬け外交）は「一帯一路」の欠点と言われている。アメリカ・日本は静観している。果たして中国は製造業が技術進歩しているか。5G を初め中国はハイテク領域で勝ち抜けられるかが問題となっている。また効果試算について就業機会を創出できる範囲がどこまで波及できる。GDP に貢献度をアップできるはずである。関連諸国はそれを信じて動いている。一般的には相手国の GDP 貢献度 80% を超えるとかなりインパクトがある。

一方中国国内経済においては「産能過剰」、すなわち生産能力過剰状態になることは周知の通りである。世界の工場まで成長したことは経済安定成長後資本ストック輸出となることは一般的である。そして中国は経済改革成功したモデル、つまり供給を拡大する（公共事業、社会インフラ）モデルにより需要を生み出す（就業機会）、経済の活性化を図るということを世界にアピールする。

中国経済はすでに労働余剰から供給余剰へ変化している。長江経済ベルト地域では人不足している、京津晋（北京、天津、河北を意味する）は経済発展が停滞している。東北振興や中部台頭、国境沿い開発があまり進んでいない。富が沿海地域に集中している。東部・西部において経済発展が依然遅れている。

このような大型プロジェクトを実施することにより市場システムを運用する能力を高めることは目的の一つである。この意味で中国の市場開放を求められることになる。それで中国政府は金融市場の主導権を握りたい。国内所得格差を是正するために貧困者ないし低所得者に有効な雇用を提供しなければならない。つまりこれは所得上昇させる最も有効な方法であると考えられるわけである。

中国は経済成長率と貧困人口数とは反比例関係にあったから、経済政策は有効に機能していると言える。「一帯一路」いわゆる大型公共事業プロジェクトは従来の公共事業とは国際性をもっている。各国が出資した開発銀行に共同参加という形でインフラ整備と従来の属性と同様である。持続的な経済成長は貧困人口の減少をもたらした。つまり経済成長により貧困克服という伝統手法は中国に効果があったといえる。一方都市部における失業者が年々増えることは都市部において相対貧困者が増えていると考えられる。確かに中国は経済成長率 GDP と公共事業投資率（額）が相関関係にある。いわゆる中国は典型的な投資型経済成長

ともいえる。ここでは、公共投資とは主に社会資本インフラ整備（高速道路・高速鉄道・通信網・水道・ガスなど）を指す。

実際、中国経済の統計数字を見てみると、1995年から2019年までジニ係数はそれほど改善されず、警戒ラインの0.45を超えており、貧富の格差は深刻化している。都市部の失業問題は特に深刻であり、中国社会を維持するためにはこの数値を改善しなければならない。また、貧困人口は減少しているものの、相対貧困人口は増加しており、これは格差が広がったことを意味する。このような相対貧困人口や失業者数の増加により、現在では毎年約1億人の就業機会創出を行わなければならなくなっている。

2. 中国経済の貿易輸出構造と製造業の生産過剰状態

過剰供給輸出経済モデルは中国のほかにも成立できるか、できるとすればその条件は何だろうか。経済理論上に解釈しなければならない。むしろこれがこれからの研究課題といえる。農産品だけ輸出から工業品輸出への転換は市場経済が成立している。しかし市場育成段階である中国は必ず成功という保証はない。中国の製造業が高度化・重化学化を進んでいることは否定できないものの、市場へのアクセスはむしろこれからである。

中国経済は良質な労働力を武器にして1980年からずっと高度成長が続いている。そして2000年代後半から産業構造転換による製造業を中心とするハイテク構造を目指しながら経済成長速度を収めた。さらに2010年代以来、熾烈なグローバル化競争で中国の産業競争能力が脆弱性を見始めたわけで、生産能力いわゆる初級生産供給能力が過剰状態に陥った。国内市場も飽和状態で国民の消費水準が低水準のまま、経済発展は適正水準になったことを評価された。中国経済はこのまま2020年まで維持するだろうと考えられる。2017年からアメリカとの貿易摩擦で中国経済は減速が見られたものの、依然成長している。なぜならば中国経済は貿易構造の多様性をもつからである。

一方、日本・アメリカは低成長を維持している。EUは域内のイギリスの離脱問題で経済が低迷している。しかしマイナス成長まで落ち込まないだろう。これらの地域は経済格差があるものの、農業規模は大きく雇用水準は維持できるからである。先進国の労働需要は落ち込んでいる。その原因は人口の高齢化である。生産年齢人口が年々減少し続けている。加えて高齢者人口が増えている。しかし中国は人口学ボーナス時代とも言われている。中国は世界経済を牽引している。多くの労働需要を作り出していることで世界経済に貢献している。

世界的労働力不足はいま起きている。先進国だけではなく発展途上国も労働力不足している。いわゆる世界的労働力が不足時代ともいわれている。その原因の一つは世界各国は所

得上昇に伴う医療水準の向上した結果、高齢化時代に入ることである。生産年齢人口の減少により、国民所得水準を下がる可能性がある。しかし先進国のように高齢化社会が到来する前に貧困問題を解決することがアジア諸国にとって急務である。

おわりに

「一帯一路」とは主に一次需要創出であって、とくに建築業の場合は分かる。このような一次需要を上手く利用するのは設備投資である。設備投資は通常二次需要を引き出す。それによって事業管理・運営ノウハウなど三次需要は追加投資が必要である。あるいは金融サービスなどを含まれると雇用増が見込まれる。いわゆる潜在需要を掘り出すことは寧ろ世界経済共通の課題である。これらの課題解決は単純に一次産品の貿易輸入・輸出だけ計算できない部分がある。

現在の中国経済は労働需要が依然アンバランス状態にある。需給ギャップは大きく就業機会創出は急務である。この意味で「一帯一路」を通して大量の就業機会を創出することにより中国経済の下支えになることを目的の一つでもある。

「一帯一路」の原則は次のように考える。まず部分的経済のグローバル化（Partied globalization, inductive globalization）から経済全体グローバル化、そして企業主体として市場化・政府サービス提供・国際スタンダードなど市場経済の手法が利用される。さらに新自由主義の資本投資（By capital for capital 誘導）により経済発展を誘発という発想に基づいて平和、協力、開放、包摂、相互学習、相互参照、互惠、ウエンウイン（シルクロード精神）を徹して「私心を持たず、私利を図らず、「共に建設」「共に協議」は中国の主張でもある。

このような大型公共事業は中国へのメリットには数えきれない。そしてこのような経済のグローバル化進展による中国は社会多様化できる。实体经济（中国製造 2025）に影響が大きく、関税減少（多国間貿易促進）による貧富の格差を解消に促して、世界 GDP に占める割合が 10-15% まで引き上げる可能性がある。同時に産業構造が高度化して世界金融経済と融合することで就業機会の創出に繋がる。

参考文献

1. 王义桅「一帯一路」故事 人民出版社 2018 年
2. 金碚「中国工業化的道路：奮進与包容」中国社会科学出版社 2017 年
3. 馬曉河「中国製造 2025」人民出版社 2017 年
4. 邹磊「中国一帯一路戰略的政治経済学」人民出版社 2014 年

2019（令和元）年度 東北学院大学学術研究会評議員名簿

会 長 大西 晴樹
評 議 員 長 平吹 喜彦
編 集 委 員 長
評 議 員
文学部〔英〕中西 弘（編集）
〔総〕鐸木 道剛（編集）
〔歴〕永田 英明（編集）
〔教〕渡辺 通子（編集）
経済学部〔経〕宮本 拓郎（編集）
〔経〕白井 大地（編集）
〔共〕宮地 克典（編集）
経営学部 村山 貴俊（会計）
山口 朋泰（会計）
法学部 佐々木くみ（庶務）
内藤 裕貴（庶務）
教養学部〔人〕坂本 讓（編集）
〔言〕下館 和巳（編集）
〔情〕佐藤 篤（編集）
〔地〕平吹 喜彦（評議員長・編集委員長）

東北学院大学教養学部論集 第184号

2019年12月2日 印刷
2019年12月6日 発行 (非売品)

編集兼発行人 平 吹 喜 彦
印 刷 者 笹 氣 義 幸
印 刷 所 笹氣出版印刷株式会社
発 行 所 東北学院大学学術研究会
〒980-8511
仙台市青葉区土樋一丁目3番1号
(東北学院大学内)

FACULTY OF LIBERAL ARTS REVIEW TOHOKU GAKUIN UNIVERSITY

No. 184

December, 2019

CONTENTS

Articles

Effect of Self-acceptance on Beliefs about Hypnotic States ····· SHIMIZU Takahiro···· 1

The Painting Donations of *Felipe II* to the Monastery of El Escorial
······ MATSUI Michiko···· 9

Quantum Theory of a Dissipative Continuum ····· TAKAHASHI Koichi···· 35

Study Note

About China's Public Undertaking : "Belt and Road Initiative" ····· YANG Shiyong···· 67

Article

A Study of Mori Ogai's "Niwatori" — Ishida Shosuke and Nogi Representation
······ HARA Takako···· 102